تمارين الوحدة الأولى

الأسئلة الموضوعية :

(أولاً) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) عدد طرق إختيار حرفين مختلفين معًا أو ثلاثة أحرف مختلفة معًا من عناصر المجموعة {أ، ب، حـ، ء، هـ} هي:

(أ) $^{٥}ق_{٢} \times {}^{٥}ق_{٣}$ (ب) $^{٥}ل_{٢} \times {}^{٥}ل_{٣}$ (حـ) $^{٥}ق_{٢} + {}^{٥}ق_{٣}$ (ء) $^{٥}ل_{٢} + {}^{٥}ل_{٣}$

(٢) اشترك ١٤ لاعبًا فى مسابقة للجرى كم طريقة يمكن بها ترتيب المركز الأول والثانى والثالث ؟

(أ) ١٢٤٨ (ب) ١٢٨٤ (حـ) ٢١٤٨ (ء) ٢١٨٤

(٣) أى القيم الآتية يمكن أن تساويها $^{٧}ل_{٢}$ ؟

(أ) ٦٥ (ب) ٥٦ (حـ) ٢٧ (ء) ١٥

(٤) قيمة $^{٥٠}ق_{٤} + \sum_{ر=١}^{٦} {}^{٥٦-ر}ق_{٣}$ تساوى ......

(أ) $^{٥٧}ق_{٤}$ (ب) $^{٥٥}ق_{٤}$ (حـ) $^{٥٦}ق_{٢}$ (ء) $^{٥٦}ق_{٤}$

(٥) يجب على طالب أن يجيب عن ١٠ أسئلة من ١٣ سؤالاً بشرط أن يجيب عن ٤ أسئلة على الأقل من الأسئلة الخمس الأولى كم طريقة يمكن بها أن يجيب الطالب ؟

(أ) ١٩٦ (ب) ١٤٠ (حـ) ٣٤٦ (ء) ٢٨٠

(٦) عند دخول ٥ سيارات واحدة تلى الأخرى فى أحد مواقف السيارات وكان هناك ٧ أماكن للانتظار فإن عدد طرق شغل هذه الأماكن يساوى ....

(أ) $^{٧}ق_{٥}$ (ب) $^{٧}ل_{٥}$ (حـ) $\underline{|٥}$ (ء) $\underline{|٧}$

(٧) عدد الطرق التى يمكن وضع ٣ كرات فى ٥ خانات إذا كانت الخانة لا تتسع إلا لكرة واحدة هو....

(أ) $^{٥}\text{ل}_{٣}$ (ب) $^{٥}\text{ق}_{٣}$ (حـ) $\underline{|٥}$ (ء) $\underline{|٣}$

(٨) إذا كان $^{٩}\text{ق}_{ر-١} > {}^{٩}\text{ق}_{ر}$ فإن ....

(أ) ر < ٥ (ب) ر > ٥ (حـ) ر < ٤ (ء) ر > ٤

(٩) $^{٨}\text{ق}_{ر} > ١$ ، $^{ر}\text{ق}_{٦} > ١$ فإن قيمة $\underline{|٧ - ر}$ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ١٢٠ (ء) ٧

(١٠) من مفكوك $(١ + س)^{ن} = ١ + أ_{١} س + أ_{٢} س^{٢} + أ_{٣} س^{٣} + ... + أ_{ن} س^{ن}$

كان $\frac{أ_{٢} + أ_{٣}}{أ_{٢}} = ٣$ فإن : ن = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (حـ) ٨ (ء) ٩

(١١) من مفكوك $١ + \frac{٥}{٣} س + \frac{٥ \times ٤}{٩ \underline{|٢}} س^{٢} + \frac{٥ \times ٤ \times ٣}{٢٧ \underline{|٣}} س^{٣} + ... + \frac{١}{٢٤٣} س^{٥} = ١٠٢٤$ فإن: س =....

(أ) ٣ (ب) ٩ (حـ) ١٢ (ء) ٦

(١٢) مجموعة حل المعادلة : $(٣ س)^{١٠} - ١٠ (٣ س)^{٩} (\frac{١}{س}) + \frac{١٠ \times ٩}{٢ \times ١} (٣ س)^{٨} (\frac{١}{س})^{٢}$

$+ .... + (\frac{١}{س})^{١٠} = ١٠٢٤$ هى ......

(أ) $\{ \frac{١}{٣} ، ١ \}$ (ب) $\{ ٣ ، ١ \}$ (حـ) $\{ -\frac{١}{٣} ، ١ \}$ (ء) $\{ -٣ ، ١ \}$

(١٣) فى مفكوك $(٢ + س)^{٧} + ٧ س^{٢} (٢ + س)^{٦} + \frac{٧ \times ٦}{٢ \times ١} س^{٤} (٢ + س)^{٥} + ... + س^{١٤}$

إذا كان الحدين الأوسطين متساويين فإن : س ∈ ....

(أ) $\{ -٢ ، ١ \}$ (ب) $\{ ٢ ، ١ \}$ (حـ) $\{ -٢ ، -١ \}$ (ء) $\{ ٢ ، -١ \}$

(١٤) إذا كان الحد الأوسط فى مفكوك $(\frac{٢ س}{٣} + \frac{ص}{س^{٢}})^{٨ ن}$ هو الحد التاسع فإن: ن = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (حـ) ٣ (ء) ٤

(١٥) إذا كان رتبتا الحدان الأوسطان فى مفكوك $(س + ص)^{ن}$ هما ٧ ، ٨ فإن : ن = ...

(أ) ١٣ (ب) ١٥ (حـ) ١٦ (ء) ٥٦

(١٦) مجموع معاملات حدود مفكوك $(أ^{٢} - \frac{١}{أ})^{٨}$ = ...

(أ) $٢^{٨}$ (ب) $٢^{٦}$ (ج) $٢^{٥}$ (د) صفر

(١٧) فى مفكوك ذى الحدين إذا كان الحد العام هو $^{١٢}ق_{ر}\, س^{٢٤ - ٤ر}$

يكون الحد المشتمل على $س^{٨}$ هو ......

(أ) $ح_{٣}$ (ب) $ح_{٤}$ (ج) $ح_{٥}$ (د) $ح_{٦}$

(١٨) فى مفكوك ذى الحدين لدينا ٧ حدود موجبة ، ٦ حدود سالبة فإن المقدار يكون على الصورة ....

(أ) $(س + ص)^{١٢}$ (ب) $(س - ص)^{١٢}$ (ج) $(س + ص)^{١٣}$ (د) $(س - ص)^{١٣}$

(١٩) فى مفكوك $س^{٣}(١ + س)^{٧}$ يكون معامل الحد المشتمل على $س^{٤}$ هو ....

(أ) $^{٧}ق_{٤}$ (ب) ٣٥ (ج) $^{٧}ق_{١}$ (د) ٢١

(٢٠) فى مفكوك $(أس^{٢} + \frac{١}{أس})^{١١}$ إذا كان معاملا $س^{٤}$ ، $س^{٧}$ متساويين فإن : أ = ...

(أ) ١ (ب) -١ (ج) ±٢ (د) ±١

(٢١) إذا كان الحد الخالى من س فى مفكوك $(س + \frac{١}{س})^{ن}$ هو $ح_{٧}$ فإن : ن = ...

(أ) ٦ (ب) ٨ (ج) ١٠ (د) ١٢

(٢٢) فى مفكوك $(ص^{٢} + \frac{١}{أص})^{٨}$ إذا كان معامل الحد الأوسط يساوى معامل $ص^{٧}$ فإن: أ =....

(أ) $\frac{٥}{٤}$ (ب) $\frac{-٥}{٤}$ (ج) $\frac{٤}{٥}$ (د) $\frac{-٤}{٥}$

(٢٣) فى مفكوك $(٣س - ٢ص)^{١١}$ إذا كانت النسبة بين الحدين الأوسطين على الترتيب تساوى $\frac{-٣}{٢}$ فإن س : ص = ...

(أ) $\frac{٤}{٩}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (ج) ١ (د) -١

(٢٤) فى مفكوك $(١ + \frac{س}{ص})^{١٧}$ إذا كان معامل $ح_{ر+٤}$ = معامل $ح_{٢ر+٣}$ فإن ر = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٧ (د) ١٧

(٢٥) المقدار $(\sqrt{٢} + ١)^٥ - (\sqrt{٢} - ١)^٥ = ...$

(أ) -٨٢ (ب) ٨٢ (حـ) $٥٨\sqrt{٢}$ (ء) $-٥٨\sqrt{٢}$

(٢٦) الحد الأخير فى مفكوك $(٢ - س)^٧ (٢ + س)^٧$ هو ....

(أ) $س^٧$ (ب) $-س^٧$ (حـ) $س^{١٤}$ (ء) $-س^{١٤}$

(٢٧) إذا كان الحد الخالى من س فى مفكوك $(\frac{م}{س^٢} + س)^٩$ يساوى ٦٧٢ فإن : م = ...

(أ) ٨ (ب) ٤ (حـ) ٢ (ء) ١

(٢٨) إذا كان مجموع معاملات $(٤ س + ٣ ص - ٥ ع)^ن = ٦٤$ فإن : ن = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (حـ) ٦ (ء) ٨

(٢٩) معامل $س^٢$ فى مفكوك $(١ - ٢ س)^٥ (١ + س)^٨ = ...$

(أ) ١٢ (ب) -١٢ (حـ) ١٠ (ء) -١٠

(٣٠) فى مفكوك $(أ + ب)^٨$ تكون نسبة $\frac{ح_٦}{ح_٤} = ...$

(أ) $\frac{٢٥ أ^٢}{١٦ ب^٢}$ (ب) $\frac{٢٥ ب^٢}{١٦ أ^٢}$ (حـ) $\frac{ب^٢}{أ^٢}$ (ء) ١

(٣١) إذا كان الحد الأوسط فى مفكوك $(أ + ب)^ن$ هو $ح_٧$ فإن : س = ...

(أ) ١٢ (ب) ١٣ (حـ) ١٤ (ء) ١٥

(٣٢) إذا كان الحد الأوسط فى مفكوك $(٣ س^٢ + \frac{٢}{٣ س})^٨$ يساوى ١٧٩٢٠ فإن: ن = ...

(أ) ± ٢ (ب) ٣ (حـ) ± ٤ (ء) ٥

(ثانيًا) أكمل ما يأتى :

(١) إذا كان : $^نل_ر = {}^نق_ر$ فإن قيم ر هى ....

(٢) $^نق_{ر-١} + ٢ \times {}^نق_ر + {}^نق_{ر+١} = ...$

(٣) إذا كان : $\frac{{}^{٣٠}ق_{ر+٢} + {}^{٣٠}ق_{ر+١}}{{}^{٣٠}ق_{ر} + {}^{٣٠}ق_{ر+١}} = \frac{٥}{٣}$ فإن : ر = ...

(٤) إذا كان : ${}^{ن}ل_{٥} = \underline{|ن}$ فإن : ن = ... أ، ....

(٥) إذا كان : ${}^{ن}ل_{ر} = ٦٠$ ، $\underline{|ن} = ١٢٠$ فإن : ${}^{ن}ق_{ر}$ = ...

(٦) إذا كان : ${}^{ن}ق_{٣} = \frac{١}{٣}\ ٣٠\ ن$ فإن : ن = ...

(٧) إذا كان : $\frac{\underline{|ن}}{\underline{|٤}\ \underline{|ن-٥}} = ٢٨٠$ فإن : ${}^{ن}ل_{٥}$ = ...

(٨) إذا كان : $٥٠ \times ٤٩ \times ٤٨ \times ٤٧ = \frac{\underline{|ن}}{\underline{|ر}}$ فإن : ن = ... أ، ر = ...

(٩) إذا كان : $٥\ \underline{|٥ن-١} = ن\ \underline{|ن^{٢}-١}$ فإن : ن = ...

(١٠) إذا كان : ${}^{٢س+١}ق_{س+٤} = {}^{٢س+١}ق_{٧}$ فإن : س = ... أ، ....

(١١) إذا كان : ${}^{١٢}ق_{س^{٢}} = {}^{١٢}ق_{س}$ فإن : س = ... أ، .... أ، ....

(١٢) إذا كان : ${}^{ن}ل_{٢} = ٩٠$ ، ${}^{ن}ق_{ر+٢} = {}^{ن}ق_{٢ر+٥}$ فإن : $\underline{|ن-١٠ر}$ = ...

(١٣) إذا كان : ${}^{ن}ق_{٣} = ٥ن$ ، ${}^{ن}ل_{ر+١} = ٢١٠$ فإن : ن + ر = ...

(١٤) إذا كان : ${}^{س+ص}ل_{٤} = ٣٦٠$ ، $\underline{|٢س+ص} = ٥٠٤٠$ فإن : ${}^{ص}ق_{٢س}$ = ...

(١٥) إذا كان : ${}^{٢٠}ق_{ر} = {}^{٢٠}ق_{ر+٤}$ ، ${}^{ن}ل_{ر-٥} = ٧٢٠$ فإن : ن + ر = ...

(١٦) إذا كان : $\frac{\underline{|ن-٣}}{\underline{|٣}} = \frac{\underline{|٥}}{(ن-٢)}$ فإن : ن = ...

(١٧) إذا كان : ${}^{ن}ق_{١٠} + ٢ \times {}^{ن}ق_{١١} + {}^{ن}ق_{١٢} = {}^{٢٥}ق_{١٢}$ فإن : ن = ...

(١٨) إذا كان : $\underline{|ن+١} = ٥٠٤٠$ فإن : ن = ...

(١٩) إذا كان : $\underline{|لو\ س+١} = ١$ فإن : س = ... أ، ....

(٢٠) إذا كان : $\underline{|٣^{س-١}} = ٦$ فإن س = ...

(٢١) إذا كان : $\lfloor$حا س $= ١$ حيث : $٠ \leq$ س < ٢ ط فإن : س = ... أ، .... أ، .....

(٢٢) إذا كان : $\lfloor$س+٢ = ١٨٢ × $^{س}ل_{١١}$ × $\lfloor$س−١١ فإن : س = ...

(٢٣) $\lfloor$١١ = $٢^{٥}$ $\lfloor$٥ × ....

(٢٤) إذا كان : $^{٩}ل_{ر}$: $^{٩}ل_{ر+١}$ = ١ : ٧ فإن : ر = ...

(٢٥) مجموعة حل المعادلة : $^{ن}ق_{٢ن-٢١}$ = $^{ن}ق_{٣}$ هى ....

(٢٦) إذا كان : $^{ن}ل_{ر}$ = ن (ن − ١) (ن − ٢) × ...... × (ن − ٨) فإن : ر = ...

(٢٧) إذا كان : $\frac{\lfloor ن+٢}{\lfloor ن}$ + ٣ن = ٧٤ ، $\lfloor$ر = ن فإن : $^{ن}ق_{ر}$ = ...

(٢٨) إذا كان : $^{ن}ل_{ر}$ = ١٥ فإن: ن + ر = ...

(٢٩) عدد الأعداد مختلفة الأرقام التى يمكن تكوينها من أرقام العدد ٦٥٤٣٢١ وتقبل القسمة على ٥

(٣٠) إذا تم تكوين عدد فردى مكون من ٥ أرقام مختلفة باستخدام الأرقام :
١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٨ فإن عدد الأعداد التى يمكن تكوينها هو ....

(٣١) عدد الكلمات المختلفة الحروف التى يمكن تكوينها بأخذ خمسة حروف من كلمة انتخبوه وتبدأ بحرف الباء = ...

(٣٢) إذا كان أربعة أمثال تراتيب (ن) من العناصر المختلفة مأخوذة ثلاثة ثلاثة كل مرة يساوى خمسة أمثال تراتيب (ن − ١) من هذه العناصر مأخوذة ثلاثة ثلاثة كل مرة فإن : ن = ...

(٣٣) عدد طرق اختيار ٣ أولاد ، ٤ بنات من بين ٥ أولاد ، ٧ بنات = ...

(٣٤) عدد طرق جلوس ٤ أولاد ، ٣ بنات فى ٧ كراسى مصفوفة على خط مستقيم بحيث تكون البنات متجاورات والأولاد متجاورين = ...
، عدد الطرق بحيث لا يتجاور شخصان من نفس الجنس = ...

(٣٥) إذا كانت $\mathcal{N}$ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } فإن عدد الأعداد المكونة من ٤ أرقام مختلفة وتقبل القسمة على ٥ = ...

(٣٦) إذا كان : $(١ + ٢ س)^{٥} = أ + ب س + حـ س^{٢} + ء س^{٣} + هـ س^{٤} + و س^{٥}$

فإن : أ + ب + حـ + ء + هـ + و = ...

(٣٧) مجموع معاملات الحدود فى مفكوك $(س - \frac{٣}{ص})^{٧}$ = ...

(٣٨) إذا كان الحد الأوسط فى مفكوك $(٥ س + \frac{١}{٧ س})^{ن + ٣}$ هو $ح_{١١}$ فإن : ن = ...

(٣٩) إذا كان الحدين الأوسطين فى مفكوك $(س^{٢} + \frac{١}{س})^{ن+٥}$ هما $ح_{٩}$ ، $ح_{١٠}$ فإن: ن =....

(٤٠) عدد حدود المفكوك : $(أ + ب)^{١٤} + (أ - ب)^{١٤}$ = ...

(٤١) إذا كان عدد حدود المفكوك $(أ + ب)^{٢ن + ١} - (أ - ب)^{٢ن + ١}$ = ٧ فإن: ن =.....

(٤٢) فى مفكوك $(١ + \frac{١}{س})^{٥} + (س + ٣)^{٥}$ الحد الخالى من س = ...

(٤٣) معامل $(\frac{س}{ص})^{٧}$ فى مفكوك $(\frac{٢ ص}{س} - \frac{س^{٢}}{٢ ص^{٢}})^{١١}$ = ...

(٤٤) فى مفكوك $(٣ س + \frac{١}{٩ س^{٢}})^{١٠}$ إذا كان الحدين الأوسطين متساويين فإن : س =....

(٤٥) حاصل ضرب معاملات الحدود فى مفكوك $(١ + س)^{٥}$ = ...

(٤٦) إذا كان: $١ + ١٠ س + ٤٥ س^{٢} + ... + س^{١٠} = س^{٨} + ٨ س^{٧} + ٢٨ س^{٦} + .. + ١$

فإن : س = ...

(٤٧) فى مفكوك $(س^{٢} + \frac{أ}{س})^{١٥}$ إذا كان معامل $س^{١٠}$ يساوى ضعف معامل $س^{١٥}$

فإن: أ = ...

(٤٨) إذا كان : $(\frac{١}{٢} س)^{١٠} - ٣٠ (\frac{١}{٢} س)^{٩} + ٤٥ × ٩ (\frac{١}{٢} س)^{٨} - .... + (٣)^{١٠}$

= ١٠٢٤ فإن قيمة س الحقيقية = ... أ، ......

(٤٩) إذا كانت النسبة بين الحد السادس فى مفكوك (٢ س + أ)^{٩} ، الحد الثامن فى مفكوك (أ س^{٢} + ٢)^{٩} حسب قوى س التنازلية هى ٧ : ٥٤ فإن : أ = ...

(٥٠) فى مفكوك (٥ + ٤ س)^{١٦} حسب قوى س التصاعدية كانت نسبة أحد الحدود إلى الحد السابق له مباشرة كنسبة ١ : ٣ عندما س = ١ فإن رتبة كل من هذين الحدين هى .....

(٥١) مجموعة حل المعادلة : (س + ١)^{٤} + (س − ١)^{٤} = ٨٢ هى ....

(٥٢) إذا كان : ($\sqrt{٥}$ − $\sqrt{٣}$)^{٥} = أ$\sqrt{٥}$ + ب$\sqrt{٣}$ فإن : أ + ب = ...

(٥٣) معامل س^{١٠} فى مفكوك س^{٤} (س^{٢} + $\frac{١}{س^{٢}}$)^{١١} = ...

(٥٤) إذا كان الحد السابع فى مفكوك ($\frac{س^{٣}}{٥}$ − $\frac{٥}{س^{٢}}$)^{ن} هو الحد الخالى من س فإن :

ن = ... ، قيمة هذا الحد = ...

(٥٥) إذا كان للمفكوك (س ك + $\frac{١}{س}$)^{٦} حيث ك $\in$ ص$^{+}$ حدًا خاليًا من س فإن قيم ك =.....

(٥٦) إذا كان عدد حدود مفكوك (أ + ب)$^{٢ن − ١}$ = ١٢ فإن : ن = ...

(٥٧) إذا كان الحد الأوسط فى مفكوك (س + ص)$^{ن + ٣}$ هو ح$_{٦}$ فإن : ن = ...

(٥٨) إذا كان عدد حدود المفكوك : (أ + ب)^{٢ن} + (أ − ب)^{٢ن} = ٧ فإن : ن = ...

(ثالثًا) أسئلة المقال :

(١) صندوق به ٩ كرات أربعة منها حمراء وخمسة بيضاء سحبت ٣ كرات من الصندوق واحدة وراء الأخرى بدون إحلال أوجد بكم طريقة يمكن إجراء ذلك فى الحالات الآتية :

(أولاً) الكرات الثلاث من أى لون

(ثانيًا) الكرتان الأول والثانية بيضاء والثالثة حمراء

(ثالثًا) كرة واحدة من الكرات الثلاث بيضاء

[٥٠٤ ، ٨٠ ، ٤٨٠]

(٢) صندوق به ١٠ كرات ٦ منها بيضاء والباقى حمراء سحبت ٣ كرات معًا من الصندوق أوجد عدد طرق سحب هذه الكرات فى كل من الحالات الآتية :

(أولاً) الكرات الثلاث من أى لون

(ثانيًا) الكرات الثلاث تحتوى على كرتين بيضاوتين بالضبط

(ثالثًا) الكرات الثلاث تحتوى على كرتين بيضاوتين على الأقل

(رابعًا) الكرات الثلاث تحتوى على كرتين بيضاوتين على الأكثر [١٢٠ ، ٦٠ ، ٨٠ ، ١٠٠]

---

(٣) موقف للسيارات به ٦ أماكن خالية مصفوفة على خط مستقيم أوجد:

(أولاً) عدد الطرق التى يمكن أن تقف بها ٦ سيارات فى هذه الأماكن

(ثانيًا) عدد الطرق التى يمكن أن تقف بها ٤ سيارات فى أربع أماكن متجاورة كذلك إحسب:

(أولاً) إذا كانت أماكن الوقوف مصفوفة فى صف

(ثانيًا) إذا كانت أماكن الوقوف مصفوفة فى دائرة [٧٢٠ ، ٧٢ ، ١٢٠ ، ١٤٤]

---

(٤) صندوق به ١٠ كرات مرقمة بالأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ...... ، ١٠ أوجد عدد طرق سحب ٣ كرات فى كل من الحالات الآتية:

(أولاً) مع الإحلال ومراعاة الترتيب

(ثانيًا) مع الإحلال وإهمال الترتيب [١٠٠٠ ، ٢٢٠]

---

(٥) أوجد قيمة كل من ن ، ر إذا كان : ${}^{ن+ر}ل_{2} = 380$ ، ${}^{ن-ر}ل_{2} = 90$ [١٥ ، ٥]

---

(٦) أوجد قيمة ن فى كل مما يأتى :

(أولاً) ${}^{ن+1}ق_{ن-1} = 66$ (ثانيًا) ${}^{25}ق_{2ن-14} = {}^{25}ق_{ن-1}$ [١١ ، ١٣]

---

(٧) احسب قيمة (ر) إذا كان : ${}^{7}ق_{ر} : {}^{7}ق_{ر-1} = \frac{1}{3}$ [٦]

---

(٨) إذا كان : ${}^{13}ق_{ر} : {}^{13}ق_{ر+1} = 9 : 5$ ، ${}^{ن}ق_{ر-2} + {}^{ن}ق_{ر-1} = 3432$

أوجد كلاً من ن ، ر [١٣ ، ٨]

---

(٩) أوجد قيم (ن) الممكنة إذا كان: ${}^{ن}ق_{8} \times {}^{ن}ق_{6} \le {}^{ن}ق_{7} \times {}^{ن}ق_{5}$ [$ن \le 13$ حيث $ن \in ص^{+}$]

---

(١٠) (أ) إذا كان : ${}^{ن+2}ق_{4} = ن^{2} - 1$ أوجد قيمة ن [٤]

(ب) إذا كان : ${}^{ن}ق_{2} + {}^{ن}ق_{3} = ن^{2} + 6ن + 5$ أوجد قيمة ن [١٠]

(١١) إذا كان : $^{ن}ق_{ر} = ١٠$ ، $|\underline{ن - ر} = ٦$ أوجد قيمة كل من ن ، ر [٥ ، ٢]

(١٢) أثبت أن : $^{ن}ق_{ر} : {}^{ن-١}ق_{ر} = \frac{ن}{ن - ر}$ ومن ذلك حل المعادلة :

$$\frac{^{ن}ق_{٨} + {}^{ن-١}ق_{٨}}{^{ن-١}ق_{٨}} = ٣$$ [١٦]

(١٣) أثبت أن: $^{ن}ق_{ر} : {}^{ن-١}ق_{ر-١} = \frac{ن}{ر}$ ومن ذلك أوجد قيمة كل من ن ، ر إذا كان:

$$^{ن+٢}ق_{ر+١} = ٩ \times {}^{ن+١}ق_{ر} = ٩٠ \times {}^{ن}ق_{ر-١}$$ [٧٩ ، ٨]

(١٤) أوجد قيمة كل من ن ، ر إذا كان: $^{ن}ق_{ر} : {}^{ن}ق_{ر-١} = ٩ : ٥$ ، $^{١٥}ق_{ر} = {}^{١٥}ق_{٣ر-٥}$

[١٣ ، ٥]

(١٥) أوجد قيمة كل من ن ، ر إذا كان : $^{ن}ق_{ر} : {}^{ن}ق_{ر+٢} : {}^{ن}ق_{ر+٤} = ٣ : ١٤ : ١٤$

[١٠ ، ٢]

(١٦) أوجد قيمة كل من ن ، ر إذا كان : $^{ن}ق_{ر} = {}^{ن}ق_{ر+١}$ ، $^{ن}ق_{ر+١} : {}^{ن}ق_{ر-١} = ٧ : ٦$

[٢٥ ، ١٢]

(١٧) إذا كان : $^{٨}ق_{ر-١} > {}^{٨}ق_{ر}$ فأوجد قيم ر [٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨]

(١٨) إذا كان : $^{ن}ق_{ر} = ١$ ، $^{ن+٣}ق_{ر+١} = ٢٨$ فأوجد قيم ن ، ر الممكنة

[ر = ٠ أ، ٥ ، ن = ٢٥ أ، ٥ على الترتيب]

(١٩) أثبت أن: $^{ن}ق_{ر} : {}^{ن-١}ق_{ر-١} = \frac{ن}{ر}$ ومن ذلك أثبت أن: $\frac{^{٢٥}ق_{٤} + {}^{٢٤}ق_{٣}}{^{٢٤}ق_{٣} + {}^{٢٣}ق_{٢}} = \frac{٥٨}{٩}$

(٢٠) إذا كان : $|\underline{س - ص} = ١$ ، $^{٩}ق_{س} : {}^{٩}ق_{ص} = ٣ : ٢$ فأوجد قيمة كل من س ، ص

[٤ ، ٣]

(٢١) إذا كان : $^{ن}ق_{٥}$ ، $^{ن}ق_{٤}$ ، $\frac{٣}{٢} \times {}^{ن}ق_{٣}$ فى تتابع حسابى أوجد قيمة ن [٨ أ، ٩]

(٢٢) أوجد قيمة ن إذا كان : $^{ن+٢}ق_{٣}$ ، $^{ن}ل_{٢}$ ، $^{ن}ق_{٢}$ فى تتابع هندسى [٢ أ، ٧]

(٢٣) [أ] إذا كان : $ن (ن - ١) (ن - ٢) × …… × (ن - ر + ١) = ٥٠٤٠$ ،

${}^{ن}ق_{ر} = ٢١٠$ أوجد قيمة : ${}^{ن+١}ق_{٢ر}$ [١٦٥]

[ب] إذا كان: ${}^{٨}ل_{ن-٣} = {}^{ن}ل_{ن-٣}$ فأوجد قيمة : ن [ن ∈ {٣، ٤، ٥، ...، ١١}]

---

(٢٤) [أ] إذا كان : ${}^{ن}ق_{ر} : {}^{ن}ق_{ر-١} : ٥ × {}^{ن-١}ق_{ر-٢} = ٧ : ٤ : ٦$ فأوجد قيمتى ن ، ر

[١٠ ، ٤]

[ب] إذا كان : ${}^{ن}ل_{ر} = ١٢٠ × {}^{ن}ق_{ن-ر}$ فاحسب قيمة ${}^{١٢}ق_{٢ر}$ ثم أوجد أقل قيمة للمتغير ن والتى تجعل العلاقة صحيحة [٦٦ ، ن = ٥]

---

(٢٥) [أ] إذا كان : ${٤ × {}^{ن+١}ق_{ر+١} = ٩ × {}^{ن}ق_{ر}}$ ، كان $|\underline{ن-٣} = ١٢٠$ فأوجد:

قيمة ${}^{ن}ل_{ر} : {}^{ن}ق_{ر}$ [٦]

[ب] إذا كان: ${}^{ن}ق_{ر} = {}^{ن}ق_{ر-١}$ ، ${}^{ن+١}ق_{ر} = \frac{٤٠}{|\underline{ر}} × {}^{ن}ل_{ر-٢}$ أوجد قيمة كل من: ن ، ر

[٧ ، ٤]

---

(٢٦) [أ] إذا كانت س مجموعة غير خالية عدد عناصرها (ن) وكانت :

ص = { (أ ، ب) ، أ ، ب ∈ س ، أ ≠ ب } وكان عدد عناصرها يساوى ٧٢

، ع = { {أ ، ب} ، أ ، ب ∈ س } فأوجد عدد عناصر ع [٣٦]

[ب] إذا كانت النقط أ ، ب ، حـ ، ء ، هـ تقع على دائرة فأوجد :

(أولاً) عدد الأوتار التى يمكن رسمها باستخدام هذه النقط

(ثانيًا) عدد القطع المستقيمة الموجهة التى يمكن رسمها باستخدام هذه النقط

(ثالثًا) عدد المثلثات التى يمكن رسمها باستخدام هذه النقط [١٠ ، ٢٠ ، ١٠]

---

(٢٧) [أ] إذا كان : أ ، ب ، حـ ∈ ص+ فأثبت أن :

$|\underline{أ+ب+حـ}$ يقبل القسمة على $|\underline{أ}$ $|\underline{ب}$ $|\underline{حـ}$

كذلك أثبت أن : $|\underline{٢٥}$ يقبل القسمة على $|\underline{١٣}$ $|\underline{٧}$ $|\underline{٥}$

[ب] إذا كان : $|\underline{م+ن} = ٣٨٠ \; |\underline{م+ن-٢}$ فأوجد قيمة م + ن [٢٠]

(٢٨) أوجد قيمة (ن) إذا كان :

(أولاً) $\underline{|ن+٢}\ \underline{|٣ن-٤} = \underline{|ن}\ \underline{|٣ن-٢}$

(ثانيًا) $\underline{|٢ن} = \underline{|ن}\ \underline{|ن+٢}$ [٢ ، ٣]

(٢٩) إذا كان : ${}^{أ+ب}ل_{٣} = س$ ، ${}^{أ-ب}ل_{٢} = ص$ فأوجد أقل قيمة للمقدار $\underline{|س+ص}$

[٤٠٣٢٠]

(٣٠) أثبت أن: $({}^{ن}ق_{.} + {}^{ن}ق_{١})({}^{ن}ق_{١} + {}^{ن}ق_{٢})({}^{ن}ق_{٢} + {}^{ن}ق_{٣}) \times .....$

$\times ({}^{ن}ق_{ن-١} + {}^{ن}ق_{ن}) = {}^{ن}ق_{.} \times {}^{ن}ق_{١} \times {}^{ن}ق_{٢} \times .... \times {}^{ن}ق_{ن-١} \times \frac{(ن+١)^{ن}}{\underline{|ن}}$

(٣١) أوجد لأقرب رقم من ألف مستخدما نظرية ذى الحدين قيمة كل من :

• (أولاً) $(١,٠١)^{٦} + (٠,٩٩)^{٦}$ (ثانيًا) $(١,٠٢)^{٨} - (٠,٩٨)^{٨}$ [٢,٠٠٣ ، ٠,٣٢١]

(٣٢) أوجد قيمة (س) التى تحقق : $(١ + \sqrt{٣})^{٦} - (١ - \sqrt{٣})^{٦} = ٤٨٠ \sqrt{٣}^{\,س}$ [$\frac{١}{٢}$]

(٣٣) [أ] أوجد معامل $س^{١٢}$ فى مفكوك $س^{٢}\left(\frac{س^{٢}}{٢} + \frac{٢}{٣س}\right)^{١٥}$ [$\frac{١٣٦٥}{١٢٨}$]

[ب] إذا كانت أ ، ب هما على الترتيب الحدان الأوسطان فى مفكوك $\left(٢س - \frac{١}{٤س^{٢}}\right)^{٩}$

فأثبت أن: $أ + ٨ ب س^{٣} =$ صفر

(٣٤) [أ] إذا كانت النسبة بين الحد الرابع والحد الأوسط فى مفكوك $(٣س + ٢)^{١٠}$

هى $\frac{٢١}{١٠}$ فما قيمة س ؟ [$\pm \frac{٧}{٥}$]

[ب] أوجد معامل $\left(\frac{س}{ص}\right)$ فى $\left(\frac{٢ص}{س} - \frac{س^{٢}}{٢ص^{٢}}\right)^{١١}$ [٢٣١]

(٣٥) [أ] أوجد معامل $(س ص)^{٨}$ فى مفكوك :

$\left(س\sqrt{٣} + \frac{ص}{\sqrt{٣}}\right)^{٨} \left(س\sqrt{٣} - \frac{ص}{\sqrt{٣}}\right)^{٨}$ [٧٠]

[ب] إذا كان مفكوك $\left(س^{٢} + \frac{١}{س}\right)^{ن}$ يحتوى على حد خال من س فأثبت أن (ن)

مضاعف للعدد ٣ ثم أوجد قيمة هذا الحد عندما ن = ١٢ [٤٩٥]

(٣٦) [أ] فى مفكوك $(أ س^٢ + \frac{١}{٢ س})^٩$ إذا كان معامل $س^٦$ يساوى الحد الخالى من س فما قيمة أ ؟ [$\pm \frac{١}{\sqrt{٦}}$]

[ب] فى مفكوك $(س + \frac{١}{س^٢})^٩$ أوجد قيمة س التى تجعل مجموع الحدين الأوسطين = صفر [−١]

---

(٣٧) [أ] إذا كان رتبة الحد الخالى من س فى مفكوك $(٢ س^٢ - \frac{٣}{س})^{٢١}$ يساوى رتبة الحد الخالى من س فى مفكوك $(س + \frac{١}{س})^{٢ن}$ أوجد قيمة (ن) [١٤]

[ب] إذا كان $(١ + م س)^ن = ١ + ٢٠ س + أ_٢ س^٢ + أ_٣ س^٣ + ...$

وكان : ١٦ $أ_٢$ = ٣ $أ_٣$ فأوجد قيمة كل من ن ، م [١٠ ، ٢]

---

(٣٨) فى مفكوك $(س^٢ + \frac{١}{٢ س})^{٣ن}$ حسب قوى س التنازلية

(أولاً) أثبت أن الحد الخالى من س رتبته (٢ ن + ١)

(ثانيًا) أوجد النسبة بين الحد الخالى من س والحد الأوسط عندما ن = ٤ ، س = ١ [$\frac{١٥}{١١٢}$]

---

(٣٩) فى مفكوك $(س^ك + \frac{١}{س})^٨$ حيث ك ∈ ص+ أوجد قيم ك التى تجعل للمفكوك حدًا خاليًا من س وأوجد قيمته لأكبر قيم ك [ك = ١ ، ٣ ، ٧ ، قيمته = ٨]

(٤٠) فى مفكوك $(س^٢ + \frac{١}{س})^{٣ن}$ أثبت أن الحد الخالى من س يساوى معامل الحد الذى يحتوى على $س^{٣ن}$ وإذا كانت ن = ٦ فأوجد النسبة بين الحد الخالى من س ومعامل الحد الأوسط [$\frac{٢١}{٥٥}$]

---

(٤١) [أ] أوجد معامل الحد المشتمل على $س^{-\frac{١}{٢}}$ فى مفكوك : $س^٣ \sqrt{س} (٢ \sqrt{س} - \frac{١}{س})^{١٠}$

[٣٣٦٠]

[ب] فى نفكوك $(س^٢ + \frac{١}{أ س})^{١٢}$ إذا كانت النسبة بين الحد الخالى من س ومعامل $س^٣$ من هذا المفكوك تساوى ٥ : ١٦ أوجد قيمة أ [٢]

(٤٢) [أ] إذا كان مجموع معاملات الحدود الأول والثانى والثالث فى مفكوك $(س^{٢} + س^{-١})^{ن}$ يساوى ٤٦ فأوجد قيمة الحد الخالى من س فى هذا المفكوك [٨٤]

[ب] فى مفكوك $(س + \frac{١}{س})^{٢ن}$ أثبت أن الحد الخالى من (س) هو الحد الأوسط ثم أوجد قيمة هذا الحد عندما ن = ٨ [$^{١٦}ق_{٨}$]

(٤٣) أثبت أن هناك قيمتين للمقدار (س) تجعلان الحدود الرابع والخامس والسادس فى مفكوك $(١ + س)^{٨}$ فى تتابع حسابى [$\frac{١}{٢}$ ، ٢]

[ب] أوجد قيمة الحد الخالى من س فى مفكوك $(٩ س^{٢} + \frac{١}{٣ س})^{٩}$ ثم أوجد قيمة س التى تجعل الحدين الأوسطين متساويين [٨٤ ، $\frac{١}{٣}$]

(٤٤) [أ] إذا كانت الحدود الثانى والثالث والرابع فى مفكوك $(س + ص)^{ن}$ حسب قوى س التنازلية هى : ١٨ ، ١٤٤ ، ٦٧٢ على الترتيب فأوجد قيمة كل من : ن ، س ، ص

[٩ ، ١ ، ٢]

[ب] فى مفكوك $(أ + ب)^{ن}$ إذا كان (ل) هو مجموع الحدود فردية الرتبة ، (م) هو مجموع الحدود زوجية الرتبة فأثبت أن:

(أولاً) $ل^{٢} - م^{٢} = (أ^{٢} - ب^{٢})^{ن}$ (ثانيًا) $٤ ل م = (أ + ب)^{٢ن} - (أ - ب)^{٢ن}$

(٤٥) [أ] فى مفكوك $(١ + ٢ س)^{ن}$ احسب قوى (س) التصاعدية إذا كانت النسبة بين معاملات ٣ حدود متتالية هى على الترتيب ١ : ٥ : ٢٠ فما قيمة (ن)؟ وما رتب هذه الحدود

[٢٠ ، $ح_{٦}$ ، $ح_{٧}$ ، $ح_{٨}$]

[ب] فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$ أثبت أن : $\frac{ح_{ر+١}}{ح_{ر}} = \frac{ن - ر + ١}{ر} \times س$ ، إذا كان معامل $ح_{١٣}$ حسب قوى س التصاعدية فى هذا المفكوك يساوى معامل $ح_{١٤}$ فأوجد قيمة (ن) ، إذا كان : $\frac{ح_{٧}}{ح_{٥}} = \frac{٧}{٨}$ أوجد قيمة س [٢٥ ، $\pm \frac{١}{٤}$]

(٤٦) [أ] إذا كانت معاملات ٣ حدود متتالية فى مفكوك $(١ - \text{س})^{\text{ن}}$ حسب قوى (س) التصاعدية هى : − ١٥ ، ١٠٥ ، − ٤٥٥ على الترتيب فما قيمة (ن)؟ وما رتب هذه الحدود ؟ [١٥ ، $\text{ح}_٢$ ، $\text{ح}_٣$ ، $\text{ح}_٤$]

[ب] أوجد معامل $\text{س}^{\text{ن}}$ فى مفكوك $(١ + \text{س})^{٢\text{ن}}$ ثم أثبت أنه يساوى ضعف معامل $\text{س}^{\text{ن}}$ فى مفكوك $(١ + \text{س})^{٢\text{ن} - ١}$ [$^{٢\text{ن}}\text{ق}_{\text{ن}}$]

---

(٤٧) [أ] فى مفكوك $(٢\text{س} - ١)^{١٢}$ حسب قوى س التنازلية وجد أن :

$٥\text{ح}_٦ + ١٦\text{ح}_٥ + ١٠\text{ح}_٤ =$ صفر لقيم خاصة لـ س أوجد هذه القيم [$\frac{٣}{١٠}$ ، $\frac{٣}{٢}$]

[ب] إذا كانت النسبة بين الحد الخامس من مفكوك $(\text{س} + \frac{١}{\text{س}})^{١٥}$ والحد الرابع من مفكوك $(\text{س} - \frac{١}{\text{س}^٢})^{١٤}$ تساوى − ١٦ : ١٥ أوجد قيمة س [$\pm \frac{٨}{١٥}$]

---

(٤٨) [أ] فى مفكوك $(\text{أ} + \text{س})^{٢٥}$ إذا كان: $\text{ح}_٤$ ، $\text{ح}_٥$ ، $\text{ح}_٧$ فى تتابع هندسى فأوجد س : أ

[١١ : ٢٨]

[ب] إذا كان : $(١ + \text{م}\,\text{س})^{١٠} = \text{أ} + \text{ب}\,\text{س} + \text{حـ}\,\text{س}^٢ + ١٥\,\text{س}^٣ + ...$

فأوجد قيمة كل من : أ ، م ، ب ، حـ [١ ، $\frac{١}{٢}$ ، ٥ ، $\frac{٤٥}{٤}$]

---

(٤٩) أوجد معامل $\text{س}^٤$ فى مفكوك : $(١ + \text{س})^{١٥} + (١ + \text{س})^{١٤}(١ - \text{س}) + (١ + \text{س})^{١٣}(١ - \text{س})^٢ + ... + (١ - \text{س})^{١٥}$ [٤٣٦٨]

---

(٥٠) فى مفكوك $(١ + \text{م}\,\text{س})^{\text{ن}}$ إذا كانت نسبة معامل $\text{ح}_٧$ إلى معامل $\text{ح}_٥$ هى ٨ : ٥ ، قيمة معامل $\text{ح}_٣$ = ١١٢ قيمة معامل $\text{ح}_١$ فأثبت أن : ن = ٨ ، م = $\pm$ ٢

(٥١) [أ] فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$ حسب قوى (س) التصاعدية إذا كان :

$ح_٣$ = ١٧ ، ٣ $ح_٢ \times ح_٤$ = ٥٤٤ فما قيمة كل من : ن ، س [١٨ ، $\pm \frac{١}{٣}$]

[ب] فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$ حسب قوى (س) التصاعدية إذا كان :

٥ $ح_٦^{٢}$ = ١٨ $ح_٤ \times ح_٨$ فأوجد قيمة (ن) [١٢]

(٥٢) [أ] أوجد معامل $س^{٣}$ فى مفكوك $(١ + س + س^{٢})^{٦}$ [٥٠]

[ب] أوجد الحد الخالى من س فى مفكوك $(١ + س)^{٣} (٢ - \frac{١}{س})^{٥}$ [-٨]

[حـ] فى مفكوك $(١ - \frac{١}{س})^{٧} + (س + ٣)^{٧}$ أوجد قيمة :

(أولاً) الحد الخالى من س (ثانيًا) معامل $س^{-٥}$ [٢١٨٨ ، -٢١]

[ء] باستخدام نظرية ذات الحدين أثبت أن : $٣^{٣ن} - ١$ يقبل القسمة على ٢٦

(٥٣) [أ] إذا كانت النسبة بين الحد السابع من البداية إلى الحد السابع من النهاية فى مفكوك

$(\sqrt[٣]{٢} + \frac{١}{\sqrt[٣]{٢}})^{ن}$ هى $\frac{١}{٤}$ فما قيمة (ن) ؟ [٩]

[ب] بدون إيجاد مفكوك $(٢ + \frac{١}{٣س})^{٩}$ أوجد قيمة أكبر معامل فيه [٧٦٨]

تمارين الوحدة الثانية

الأسئلة الموضوعية :

(أولاً) أكمل ما يأتى :

* (١) العدد ع = – ٣ + ٤ ت يمثل على شكل أرجاند بالنقطة (...... ، ......)

* (٢) إذا كانت نقطة (أ) تمثل العدد (ع) على مستوى أرجاند ، (ب) تمثل العدد ($\overline{ع}$) على مستوى أرجاند فإن (ب) صورة (أ) بالانعكاس فى ......

(٣) مقياس العدد ع = – ٣ ت يساوى ....

(٤) إذا كان ع = $\frac{١}{ع}$ فإن | ع | = ...

(٥) إذا كانت سعة العدد المركب (ع) هى (θ) فإن سعة العدد المركب (٣ ع) = ... ، سعة العدد المركب ($ع^{٣}$) = ...

* (٦) الصورة المثلثية للعدد ع = ٢ – ٢ $\sqrt{٣}$ ت هى .... ، صورته الأسية هى ......

* (٧) إذا كان ع = $(١ + \sqrt{٣}\ ت)^{٧}$ ، كان | ع | = ٨ فإن السعة الأساسية للعدد (ع) =.....

(٨) سعة العدد المركب ع = – ٧ تساوى ....

* (٩) إذا كان : ع = $\frac{٢ - ت}{٢ + ت}$ فإن : | ع | = ...

* (١٠) $(\omega - \omega^{٢})^{٤}$ = ...

* (١١) $(\omega + \frac{١}{\omega})^{٢}(\omega^{٢} + \frac{١}{\omega^{٢}})^{٢}$ = ...

* (١٢) $١ + ٥\,\omega + ٥\,\omega^{٢}$ = ...

* (١٣) $\sum_{ر=١}^{٥} \omega^{ر}$ = ...

*(١٤) $\frac{أ - ب\omega}{أ\omega^{٢} - ب} - \omega^{٢} =$ ....

(١٥) مرافق العدد : ت + ω هو ....

*(١٦) إذا كانت $ع_{١}$ ، $ع_{٢}$ ، .... ، $ع_{٥}$ تمثل الجذور الخماسية للواحد الصحيح على مستوى أرجاند فإن: ق ($ع_{ر}$ $\hat{و}$ $ع_{ر+١}$) = ... حيث $١ \leq ر \leq ٤$ ، ر $\in$ ص+

(١٧) الجذور السداسية للواحد الصحيح تمثل على مستوى أرجاند رؤوس ....

(١٨) إذا كان : | ع | = ٥ فإن : ع $\overline{ع}$ = ...

(١٩) العدد المركب ع = ٢ حتا $\frac{\pi}{٣}$ + ت حا $\frac{\pi}{٢}$ مقياسه =.... ، سعته الأساسية =....

(٢٠) الصورة المثلثية للعدد ع = (١ + حتا $\frac{\pi}{٣}$ + ت حا $\frac{\pi}{٣}$ $)^{٦}$ هى ....

(٢١) الصورة الجبرية للعدد المركب ٢ $هـ^{\frac{\pi}{٦}ت}$ هى ....

(٢٢) إذا كان : ع = ١ – ٣ ت فإن : ع $\overline{ع}$ = ...

(٢٣) إذا كان : | ع | + | $\overline{ع}$ | = ٨ فإن : | ت ع | = ...

(٢٤) إذا كانت سعة العدد المركب ع = ٦٢° فإن سعة ($\frac{ت}{ع}$) = ...

(٢٥) $\sqrt{٢(\omega + ت)(\omega^{٢} + ت)}$ = ...

(٢٦) $(٥ - \frac{٥}{١ + \omega^{٢}} + \frac{٧}{\omega^{٢}})^{٣}$ = ...

(٢٧) $\omega^{٩٨} + \frac{١}{\omega^{٩٨}}$ = ...

(٢٨) إذا كانت: س = $\frac{-١ + \sqrt{-٣}}{٢}$ فإن القيمة العددية للمقدار : $س^{٨} + س^{٤}$ =......

(٢٩) إذا كان : ك $\in$ ح فإن : [ك – $\frac{ك - ١}{١ + \omega}$ + (ك + ١) $\omega^{٢}]^{٨}$ = ...

(٣٠) إذا كان : $\frac{١ + ١٠\omega + ١٠\omega^{٢}}{١ - ٣\omega - ٣\omega^{٢}}$ = ($\frac{أ}{ب}$ ت $)^{٢}$ فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ...

(٣١) إذا كان : $\left(\frac{\omega^{٢}}{١+٢\omega}\right)^{٤} + \left(\frac{١+٢\omega}{\omega}\right)^{٤} = أ\omega^{٢}$ فإن : أ = ...

(٣٢) إذا كان : ع = ٣ + ٢ ω فإن : $\overline{ع}$ = ... ، ع $\overline{ع}$ = ...

(٣٣) $\left(\frac{١+ت}{١+٢\omega}\right)^{٤} + \left(\frac{١-ت}{١+٢\omega^{٢}}\right)^{٤}$ = ...

(٣٤) $\omega^{ن} \times \omega^{ن+١} \times \omega^{ن+٢}$ = ... حيث ن $\in$ ص

(٣٥) $\omega^{ن} + \omega^{ن+١} + \omega^{ن+٢}$ = ... حيث ن $\in$ ص

(٣٦) $(١-\omega)(١-\omega^{٢})(١-\omega^{٤})(١-\omega^{٨})\times$.... إلى ٢ ن من العوامل = ...

(٣٧) إذا كان : س + ت ص = $\left(\frac{١}{ت} - \omega - \omega^{٢}\right)^{٦}$ فإن : س = ... ، ص = ...

(٣٨) $\left(١+\frac{١}{\omega}\right)\left(١+\frac{١}{\omega^{٢}}\right)\left(١+\frac{١}{\omega^{٣}}\right)\times$...... إلى ٣٠ عامل = ...

(٣٩) الجذور التكعيبية للعدد ٢٧ بدلالة الجذور التكعيبية للواحد الصحيح هى .....

(٤٠) إذا كان: $٠° < \theta < ٩٠°$ ، كان: حا $\frac{\theta}{٢}$ + ت طا θ = ١ − حتا θ + $\sqrt{٣}$ ت

فإن : θ = ...

(٤١) $(١ + ت)^{١٠}$ صورته الأسية هى ....

(٤٢) العدد المركب ع = − ٣ (١ − ت) مقياسه ....

(٤٣) العدد ع = ٢ (حتا $\frac{ط}{٣}$ − ت حا $\frac{ط}{٣}$) صورته الأسية هى ....

(٤٤) $\left(\frac{٧\omega^{٢} - ٦}{٦\omega - ٧}\right)^{١٥}$ = ...

(٤٥) الصورة الأسية للعدد ع = $\frac{٢ت}{١+ت}$ هى ....

(٤٦) القيمة العددية للمقدار : $(٢ + ٥\omega + ٢\omega^{٢})^{٦}$ = ...

(٤٧) القيمة العددية للمقدار : $هـ^{\pi ت} - هـ^{-\pi ت}$ = ...

(٤٨) $\left(\frac{١+ت}{١-ت}\right)^{١٦} + \left(\frac{١-ت}{١+ت}\right)^{٨} =$ ....

(٤٩) $\left(\frac{٢ت}{١+ت}\right)^{٥}$ مقياسه = ... ، سعته الأساسية = ...

(٥٠) المعادلة التربيعية التى جذراها $(\omega^{٥} - ١)^{٢}$ ، $(\omega^{٧} - ١)^{٢}$ هى ....

(٥١) العدد ع = $\frac{(ت - ١)(٣ - ٤ت)}{(١ + ٢ت)^{٢}}$ صورته الأسية هى ....

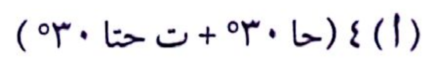
(٥٢) العدد $\left(\frac{١+ت}{١-ت}\right)^{٥}$ صورته الأسية هى ....

(٥٣) إذا كان ع عدد مركب ، كان: ع + ٢ = ت (ع − ٢) فإن الصورة الأسية للعدد ع هى....

(٥٤) العدد (ع) = $\frac{حا \theta - ت حتا \theta}{حا \frac{\theta}{٢} + ت حتا \frac{\theta}{٢}}$ صورته المثلثية هى : ....

(ثانيًا) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الشكل المقابل يمثل العدد المركب ....



(أ) ٤ (حا ٣٠° + ت حتا ٣٠°)

(ب) ٤ (حتا ١٢٠° + ت حا ١٢٠°)

(جـ) ٤ (حا ١٢٠° + ت حتا ١٢٠°)

(د) ٤ (حتا ١٥٠° + ت حا ١٥٠°)

(٢) إذا كان : ع = − ١ − ت فإن الصورة الأسية للعدد ع هى ....

(أ) هـ $^{\frac{٣\pi}{٤}ت}$ (ب) هـ $^{\frac{٥\pi}{٤}ت}$ (جـ) $\sqrt{٢}$ هـ $^{\frac{-٣\pi}{٤}ت}$ (د) $\sqrt{٢}$ هـ $^{٢٢٥° ت}$

(٣) إذا كان : ع = $\sqrt{٢}$ (حا ٦٠° + ت حتا ٦٠°) فإن السعة الأساسية للعدد ع =.......

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

(٤) الجزء الحقيقى للعدد المركب الذى مقياسه $\sqrt{٣}$ وسعته $\frac{-٥\pi}{٦}$ هو ....

(أ) $-\sqrt{٣}$ (ب) $-\frac{\sqrt{٦}}{٢}$ (جـ) $\frac{-٣}{٢}$ (د) $\frac{\sqrt{٦}}{٣}$

(٥) إذا كان : $ع_1$ ، $ع_2$ عددان مترافقان فإن : $ع_1 + ع_2$ ممكن أن تساوى ....

(أ) ٩ − ٤ ت　　(ب) ٥ ت　　(جـ) ١٣　　(د) ١ + ت

※ (٦) إذا كان : | ع | = | ع − ٢ | فإن الجزء الحقيقى للعدد المركب (ع) = ...

(أ) ١　　(ب) − ١　　(جـ) − ٢　　(د) ٢

(٧) العدد المركب $\left(\frac{2ت}{1+ت}\right)^3$ يقع فى مستوى أرجاند فى الربع ....

(أ) الأول　　(ب) الثانى　　(جـ) الثالث　　(د) الرابع

(٨) إذا كان : $(1+ت)^ن = (1-ت)^ن$ فإن أقل قيمة للعدد (ن) تحقق ذلك هى ......

(أ) ٢　　(ب) ٨　　(جـ) ٤　　(د) ١٢

(٩) إذا كان : ع = ١ + حتا θ + ت حا θ فإن : | ع | = ... حيث θ قياس زاوية حادة

(أ) ١　　(ب) ٢　　(جـ) ٢ حتا $\frac{\theta}{2}$　　(د) ٢ حا θ

(١٠) $\left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{\omega^2}\right)^2 =$ ....

(أ) ٣　　(ب) $\pm$ ٣　　(جـ) $\pm\sqrt{3}$ ت　　(د) − ٣

(١١) $-\omega^2 - \sqrt[5]{\omega^2} =$ ......

(أ) − ١　　(ب) ω　　(جـ) ω^2　　(د) ١

(١٢) حاصل ضرب الجذور التكعيبية للعدد (٨) = ...

(أ) ٨ ω　　(ب) ٨　　(جـ) $2\sqrt{2}$　　(د) $-2\sqrt{2}$

(١٣) $(1 + \omega + \omega ت)(1 + \omega - \omega ت) =$ ....

(أ) ١　　(ب) − ١　　(جـ) صفر　　(د) ٢

(١٤) $\omega + ت^2 + \omega^3 + ت^4 + \omega^5 + ت^6 +$ .... إلى ٢٣ حدًا = ...

(أ) صفر　　(ب) ١　　(جـ) − ١　　(د) ٢

(١٥) مهما كانت قيمة (ا) المقدار $\left(\frac{1+1}{1+(2+1)\omega+1\omega^{2}}\right)^{6}$ = ...

(ا) ٦ (ب) ا (حـ) ١ (د) ω

(١٦) إذا كان : ع = ٢ ω^{4} + ٢ ω^{5} + ت (٥ $\sqrt{3}\,\omega^{3}$ + ٤ $\sqrt{3}\,\omega^{2}$ + ٤ $\sqrt{3}\,\omega$) فإن

الصورة الجبرية للعدد المركب ع = ...

(ا) ٢ - $\sqrt{3}$ ت (ب) ٢ + $\sqrt{3}$ ت (حـ) - ٢ + $\sqrt{3}$ ت (د) - ٢ - $\sqrt{3}$ ت

(١٧) إذا كان ω أحد الجذور التكعيبية للمعادلة س^{3} = ١ فإن أحد جذور المعادلة

(س - ١)^{3} = ١ هو ....

(ا) ω (ب) ω - ١ (حـ) ω + ١ (د) ١

(١٨) هـ$^{\frac{\pi}{6}ت}$ - $\sqrt{3}$ هـ$^{-\frac{\pi}{3}ت}$ = ...

(ا) ٢ (ب) - ٢ (حـ) ٢ ت (د) - ٢ ت

(١٩) إذا كان : (١ + ω)^{7} = ا + ب ω حيث ا ، ب $\in$ ح فإن : (ا ، ب) = ...

(ا) (٠ ، - ١) (ب) (١ ، ١) (حـ) (٠ ، ١) (د) (١ ، - ١)

(ثالثاً) أسئلة المقال :

* (١) مثل على شكل أرجاند كل من الأعداد : ع = ٣ + ٤ ت ، $\overline{ع}$ ، - ع ، ١ + ع

---

* (٢) أوجد المقياس والسعة الأساسية لكل من الأعداد المركبة الآتية :

(ا) ع$_{1}$ = $\sqrt{2}$ + $\sqrt{2}$ ت (ب) ع$_{2}$ = ١ - $\sqrt{3}$ ت

(حـ) ع$_{3}$ = - $\sqrt{3}$ ت (د) ع$_{4}$ = ٥

---

* (٣) اكتب كلاً من الأعداد الآتية فى الصورة المثلثية :

(ا) ع$_{1}$ = ٨ (ب) ع$_{2}$ = ٥ ت (حـ) ع$_{3}$ = - ٣ - ٣ ت

* (٤) أوجد المقياس والسعة الأساسية لكل من الأعداد المركبة الآتية :

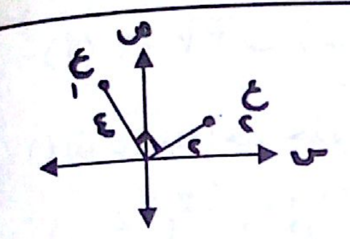
(أ) $ع_١ = ٢ (حتا \frac{\pi}{٣} - ت حا \frac{\pi}{٣})$

(ب) $ع_٢ = \frac{-١}{\sqrt{٢}} (حا ٤٥^\circ - ت حتا ٤٥^\circ)$

* (٥) عبر عن : $٢ (حتا \frac{\pi}{١٥} + ت حا \frac{\pi}{١٥}) \times ٣ (حتا (\frac{-٢\pi}{٥}) + ت حا (\frac{-٢\pi}{٥}))$

على الصورة : س + ت ص

* (٦) باستخدام مستوى أرجاند المقابل



أوجد $\frac{ع_١}{ع_٢}$ على الصورة س + ت ص

* (٧) إذا كان : $ع_١ = ٢ (حتا ١٠^\circ + ت حا ١٠^\circ)$ ، $ع_٢ = ٣ (حتا ٤٠^\circ + ت حا ٤٠^\circ)$

أوجد العدد $ع_١^٤ ع_٢^٢$ على الصورة س + ت ص

* (٨) إذا كان : $ع = \frac{\sqrt{٢} ت}{١ + ت}$ فاكتب العدد ع بالصورة الأسية

* (٩) إذا كان : $ع_١ = ١ - \sqrt{٣} ت$ ، $ع_٢ = ١ + ت$ أوجد كلاً مما يأتى فى الصورة المثلثية

(أ) $ع_١ ع_٢$ (ب) $\frac{ع_٢}{ع_١}$ (حـ) $(ع_٢)^٦$

* (١٠) عبر عن $ع = ٨ هـ^{\frac{\pi}{٦} ت}$ بالصورة الجبرية

* (١١) إذا كان : $ع = ٢ (حتا \frac{\pi}{٣} + ت حا \frac{\pi}{٣})$ أثبت أن: $\frac{١}{ع} = \frac{١}{٢} هـ^{\frac{٥\pi}{٣} ت}$

* (١٢) إذا كان : $ع_١ = حتا ٧٥^\circ + ت حا ٧٥^\circ$ ، $ع_٢ = حتا ١٥^\circ + ت حا ١٥^\circ$ أوجد على الصورة المثلثية العدد : $ع_١ + ع_٢$

* (١٣) إذا كانت سعة $ع_١ = \frac{\pi}{٣}$ ، سعة $ع_٢ = \frac{٣\pi}{٤}$ ، سعة $ع_٣ = \frac{\pi}{٦}$ أوجد :

(أ) سعة $(ع_١^٣ ع_٢^٢)$ (ب) سعة $(٢ ع_١ ع_٢)$ (حـ) سعة $(\frac{ع_١ ع_٢}{ع_٣})$ (ء) سعة $(ع_٣)^٦$

* (١٤) عبر عن حا ٣ θ بدلالة قوى حا θ

(١٥) أوجد فى ك مجموعة حل المعادلة : $ع^{٤} = ٢ + ٢\sqrt{٣}\,ت$

* (١٦) مثل على شكل أرجاند الجذور السداسية للعدد ١

(١٧) أوجد الجذور التربيعية للعدد : ٥ − ١٢ ت

* (١٨) أوجد على الصورة المثلثية الجذرين التربيعيين للعدد : $\frac{١}{\sqrt{٢}}(١ + ت)$

(١٩) أوجد فى ك مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + (١ + ت)\,س - ٦ + ٣\,ت = ٠$

* (٢٠) أوجد الجذور الرابعة للعدد (− ١) ومثل هذه الجذور على شكل أرجاند

* (٢١) ضع العدد $٢\sqrt{٢}\,(١ + ت)$ على الصورة المثلثية ثم أوجد جذوره التربيعية على الصورة الأسية

* (٢٢) أوجد قيمة : (أ) $(٢ + ٥\omega + ٥\omega^{٢})^{٥}$ (ب) $(\omega + \frac{١}{\omega})^{٢}(\omega^{٢} + \frac{١}{\omega^{٢}})^{٢}$

* (٢٣) أثبت أن : $\left(\frac{أ + \omega ب + \omega^{٢} حـ}{\omega^{٢} أ + ب + \omega حـ} - \frac{حـ - \omega^{٢} ب}{\omega حـ - ب}\right)^{٨} = ٨١$

* (٢٤) كون المعادلة التربيعية التى جذراها $(١ + \omega - \omega^{٢})^{٣}$ ، $(١ - \omega + \omega^{٢})^{٣}$

* (٢٥) **أثبــت أن :**

(أ) $(\frac{١}{١ + \omega})(١ + \omega - \frac{٣}{\omega}) = ٤$ (ب) $هـ^{٣ + \frac{\pi}{٢}ت} + هـ^{-\frac{\pi}{٢}ت} = ت\,(هـ^{٣} - ١)$

* (٢٦) **أثبــت أن :**

(أ) $(١ - \omega + \omega^{٢})(١ - \omega^{٢} + \omega^{٤})(١ - \omega^{٤} + \omega^{٨})(١ - \omega^{٨} + \omega^{١٦}) = ٢^{٤}$

(ب) $(\frac{\omega}{١ + ٢\omega})^{٢}(\frac{١ + ٢\omega^{٢}}{\omega^{٢}})^{٢} = \frac{-١٠}{٣}\omega^{٢}$

(جـ) $\left(\frac{١}{١ + \omega ت} - \frac{\omega + ت}{١ + \omega^{٢} ت}\right)^{٨} = ١٦$ (د) $\left(\frac{٥ - ٣\omega^{٢}}{٥\omega - ٣} - \frac{٢ - ٧\omega}{٢\omega^{٢} - ٧}\right)^{٢} = -٣$

* (٢٧) أوجد قيمة كل مما يأتى :

(أ) $٥ + ٣\omega + ٣\omega^{٢}$

(ب) $(١ + \omega + ٢\omega^{٢})^{٢} + (١ + ٢\omega + \omega^{٢})^{٢}$

(حـ) $\frac{\omega^{٢}(\omega - ١)(\omega^{٢} - ١)}{(٢\omega + ١)(\omega^{٢} + ٢)}$

(ء) $(١ + \frac{١}{\omega} + \text{ت})(١ + \frac{١}{\omega^{٢}} + \text{ت})$

* (٢٨) إذا كان : $\text{ع} = ٢(\omega + \text{ت})(\omega^{٢} + \text{ت})$ أوجد الصور المختلفة للعدد (ع) ثم أوجد على الصورة المثلثية الجذرين التربيعيين للعدد (ع)

* (٢٩) إذا كان: $\text{ع}_{١}$ ، $\text{ع}_{٢}$ عددين مركبين حيث: $\text{ع}_{١} = -٩ + ٣\sqrt{٣}\,\text{ت}$ ، $|\text{ع}_{٢}| = \sqrt{٣}$ ، سعة $\text{ع}_{٢} = \frac{٧\pi}{١٢}$ أوجد كلاً من الأعداد المركبة الآتية على الصورة

ل (حتا θ + ت حا θ) حيث $-\pi < \theta \le \pi$

* (٣٠) عبر عن كل من الأعداد الآتية بالصورة الأسية :

(أ) $\text{ع}_{١} = ٧$

(ب) $\text{ع}_{٢} = -٥\,\text{ت}$

(حـ) $\text{غ}_{٣} = \frac{١}{٢}$ (حتا ٦٠° + ت حا ٦٠°)

(ء) $\text{ع}_{٤} = \frac{٧}{٢ + \sqrt{٣}\,\text{ت}}$

(هـ) $\text{ع}_{٥} = -٤$ (حتا $\frac{٧\pi}{٦}$ + ت حا $\frac{٧\pi}{٦}$)

* (٣١) استخدام الأعداد المركبة فى أثبات صحة العلاقة الآتية:

$$\text{طا}^{-١}(\sqrt{٣}) + \text{طا}^{-١}\left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right) = \frac{\pi}{٢}$$

* (٣٢) إذا كان : ع عددًا مركب أوجد مجموعة حل المعادلة :

(أ) $٢\text{ع} - ٣\,\overline{\text{ع}} = ٥ + ١٠\,\text{ت}$

(ب) $\text{ع}^{٢} = ٢\,\overline{\text{ع}}$

* (٣٣) أوجد الصور المختلفة للعدد : $\text{ع} = \frac{-\sqrt{٣} - \text{ت}}{\sqrt{٣} - \text{ت}}$ ثم أوجد الجذرين التربيعيين للعدد (ع) ومثل الجذرين على شكل أرجاند

* (٣٤) إذا كان : ع = $\sqrt{3}$ (حتا $\frac{\pi}{3}$ − ت حا $\frac{\pi}{3}$) ، ع = ٢ (حا ٣٠° + ت حتا ٣٠°)

أوجد ($ع_1 ع_2$) فى الصورة الأسية ثم أوجد العدد (ع) حيث: ع = $(ع_1 ع_2)^{\frac{1}{4}}$

على الصورة المثلثية

---

* (٣٥) ضع العدد المركب ع = $\frac{-٤}{-١ - \sqrt{3}\,ت}$ فى الصورة المثلثية والأسية ثم أثبت أن :

(أ) $ع^6$ عدد حقيقى بحت (ب) $\frac{1}{ع} = \frac{1}{2}$ $هـ^{\frac{2\pi}{3}ت}$

---

* (٣٦) إذا كان : ع = $هـ^{\theta ت}$ فأثبت أن : $\frac{1+ع}{1-ع}$ = ت ظتا $\frac{\theta}{2}$

---

* (٣٧) إذا كان : ع = $\frac{-1 + \sqrt{3}\,ت}{2}$ ، كان : $ع_1 = \frac{1+ع}{1-ع}$ أوجد العدد ($ع_1$) وجذرية التربيعيين فى الصورة المثلثية

---

* (٣٨) أثبت أن: $\frac{3+5\omega+3\omega^2}{1-2\omega-4\omega^2} + \frac{3+5\omega^2+3\omega}{1-2\omega^2-4\omega} = \frac{-2}{19}$

---

(٣٩) أثبت أن: $\frac{(1+\sqrt{3}\,ت)^5 \,(\text{حتا}\,\theta + \text{ت حا}\,\theta)}{(ت-1)^4}$ = ٨ [حتا ($\frac{2\pi}{3}$ + θ) + ت حا ($\frac{2\pi}{3}$ + θ)]

---

(٤٠) إذا كان: ل، م هما جذرا المعادلة: (٢ + ت) $س^2$ − (٧ − ٤ ت) س + ٥ (١ + ت) = ٠

فأوجد بدون حل المعادلة (ل + م) ، ل م فى أبسط صورة

---

(٤١) أثبت أن $(\sqrt{3} + ت)^{12} + (\sqrt{3} - ت)^{12} = 2^{13}$

---

(٤٢) إذا كان : ٣٢ $(\text{حتا}\,\theta + \text{ت حا}\,\theta)^2 = (1 + \sqrt{3}\,ت)^5$ حيث :

θ ∋] ٠ ، $\frac{\pi}{2}$ [أثبت أن : θ = $\frac{5\pi}{6}$

---

(٤٣) إذا كان: ع $(\text{ظتا}\,\theta + ت)^5$ أثبت أن: ع + $\bar{ع}$ = ٢ حتا ٥ θ $\text{قتا}^5\,\theta$

(٤٤) أوجد مجموعة حل المعادلة : (حتا θ + ت حا θ) (حتا ٢ θ + ت حا ٢ θ) × .....

× (حتا ١٥ θ + ت حا ١٥ θ) = ١ $\left[\frac{\pi ٧}{٦٠} \right]$

(٤٥) اكتب الصورة المثلثية لقيم المقدار :

(أ) $(١ + ت)^{\frac{٤}{٣}}$ (ب) $(- ت)^{\frac{١}{٥}}$

(٤٦) إذا كان: $ع_١ = ١ - \sqrt{٣}$ ت ، $ع_٢$ = حتا θ + ت حا θ ، $ع_٣ = (\text{حتا} \frac{θ}{٢} - \text{ت حا} \frac{θ}{٢})^٢$

أوجد المقياس والسعة الأساسية للعدد :

$ع = \frac{ع_١ ع_٢}{ع_٣}$ ثم أوجد قيمة ع فى حالة $θ = \frac{\pi}{٦}$ [٢]

(٤٧) إذا كان : $ع = \frac{٢ - ٢\sqrt{٣} ت}{١ + \sqrt{٣} ت}$ فأوجد على الصورة المثلثية كلاً من : ع ، −ع ، $\overline{ع}$ ، $ع^{١}$

(٤٨) بوضع $ى = \frac{\pi}{٢} - ٢ θ$ أثبت أن:

$\left(\frac{١ + \text{حا ى} + \text{ت حتا ى}}{١ + \text{حا ى} - \text{ت حتا ى}} \right)^{ن} = \text{حتا ن} \left(\frac{\pi}{٢} - ى \right) + \text{ت حا ن} \left(\frac{\pi}{٢} - ى \right)$

(٤٩) ضع $ع_١ = - ١ + \sqrt{٣}$ ت على الصورة الأسية ، إذا كان $ع_١ ع_٢ = ٨ هـ^{\frac{١١\pi}{٣} ت}$

فأوجد $\sqrt{ع_٢}$ على الصورة المثلثية

(٥٠) إذا كان : $أ هـ^{٣ θ ت} + ب هـ^{-٣ θ ت}$ = ٤ حتا ٣ θ − ٦ ت حا ٣ θ

حيث أ ، ب ∋ ح فأوجد قيمة كل من أ ، ب [−١ ، ٥]

تمارين الوحدة الثالثة

(أولاً) أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

*(١) إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{حـ} & \text{ب} & \text{ا} \\ \text{و} & \text{هـ} & \text{ء} \\ \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \end{vmatrix} = ١٥$ فإن : $\begin{vmatrix} \text{حـ} & \text{ب} & \text{ا} \\ \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \\ \text{و} & \text{هـ} & \text{ء} \end{vmatrix} =$ ....

(ا) −٣٠ (ب) −١٥ (حـ) صفر (ء) ١٥

*(٢) إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{حـ} & \text{ب} & \text{ا} \\ \text{و} & \text{هـ} & \text{ء} \\ \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \end{vmatrix} = ١٢$ فإن : $\begin{vmatrix} \text{ص} & \text{س} & \text{ع} \\ \text{هـ} & \text{ء} & \text{و} \\ \text{ب} & \text{ا} & \text{حـ} \end{vmatrix} =$ ....

(ا) −١٢ (ب) −٦ (حـ) ٦ (ء) ١٢

*(٣) $\begin{vmatrix} \frac{1}{\text{حـ}} & \text{ا} & \text{ا ب} \\ \frac{1}{\text{ب}} & \text{حـ} & \text{ا حـ} \\ \frac{1}{\text{ا}} & \text{ب} & \text{ب حـ} \end{vmatrix} =$ ....

(ا) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (ء) ٥

*(٤) $\begin{vmatrix} ٢٦ & ٢٥ & ٢٤ \\ ٢٩ & ٢٨ & ٢٧ \\ ٣٢ & ٣١ & ٣٠ \end{vmatrix} =$ ....

(ا) ١٢ (ب) صفر (حـ) ٢٤ (ء) ٥٦

*(٥) $\begin{vmatrix} \text{حـ}+\text{ا} & \text{ب}+\text{حـ} & \text{ا}+\text{ب} \\ \text{ب} & \text{ا} & \text{حـ} \\ ١ & ١ & ١ \end{vmatrix} =$ ....

(ا) −١ (ب) ا ب حـ (حـ) صفر (ء) ا + ب + حـ

*(٦) إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{حـ} & \text{ب} & \text{ا} \\ \text{و} & \text{هـ} & \text{ء} \\ \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \end{vmatrix} = ٢$ فإن : $\begin{vmatrix} \text{حـ} & \text{ب} & ١٥ \\ \text{و} & \text{هـ} & ٥\text{ء} \\ ٧\text{ع} & ٧\text{ص} & ٣٥\text{س} \end{vmatrix} =$ ....

(ا) −٧٠ (ب) ١٠ (حـ) ٣٥ (ء) ٧٠

*(٧) إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{س}-١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & \text{س}^{٢}+\text{س}+١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{vmatrix} = ٩$ فإن : $\text{س}^{٦}$ = ...

(أ) ١ (ب) ١٠ (جـ) ٢٧ (د) ١٠٠

(٨) في Δ أ ب جـ يكون : $\begin{vmatrix} \bar{\text{أ}} & \bar{\text{ب}} & \bar{\text{جـ}} \\ ٥ & ٧ & ٨ \\ \text{حا أ} & \text{حا ب} & \text{حا جـ} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٥ أَ (ب) ٧ بَ (جـ) ٨ جَـ (د) صفر

(٩) $\begin{vmatrix} \text{لو}_{٣}\,٧ & ١ & ٢ \\ ٠ & \text{لو}_{٧}\,٩ & ٣ \\ ٠ & ٠ & \text{لو}_{٩}\,\text{س} \end{vmatrix} = ٣$ فإن : س = ...

(أ) ٧ (ب) ٩ (جـ) ٢٧ (د) ٣

(١٠) مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} ٢ & ٠ & ٠ \\ ٠ & \text{س} & ٠ \\ ٠ & ٠ & \text{س} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٥ & ٠ & ٦ \\ -٣ & ٤ & ٠ \\ ٣ & ٠ & ٠ \end{vmatrix}$ في ح

هي ......

(أ) {٦ ، -٦} (ب) {-٢ ، ٢} (جـ) {-٣ ، ٣} (د) ∅

(١١) $\begin{vmatrix} |\text{س}-٢| & ١ & ٠ \\ ٠ & ٣ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{vmatrix} = ٢٧$ هي ....

(أ) {٧ ، -١١} (ب) {-٧ ، ١١} (جـ) {٧} (د) {١١}

(١٢) إذا كان (س − ٢) أحد عوامل المحدد : $\begin{vmatrix} \text{س}-٥ & ٣ & ١ \\ ١ & ١ & \text{ك}-\text{س} \\ -١ & ٢ & \text{ك}+\text{س} \end{vmatrix}$ فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) -٥ (جـ) ٤ (د) -٤

(١٣) $\begin{vmatrix} ١ & \text{حاس} & \text{حاس} \\ ١ & \text{حتاس} & \text{حتاس} \\ ١ & \text{حاس} & \text{حتاس} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) حا ٢ س (ب) ١ − حا ٢ س (جـ) ١ (د) صفر

(١٤) إذا كان : $\begin{vmatrix} ٠ & ٠ & س \\ ١ & ٢ & ص \\ ٣ & ١ & ص \end{vmatrix}$ = ك فإن : $\begin{vmatrix} ٠ & ٠ & ١+س \\ ٢ & ٤ & ٢+٢ص \\ ٣ & ١ & ٣+ص \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ك (ب) ٢ ك (حـ) ك − ٥ (ء) ٢ (ك − ٥)

(١٥) أ ب حـ مثلث ، كان : $\begin{vmatrix} ب\,حـ & ٠ & ٠ \\ ٠ & أ\,حـ & ٠ \\ ٠ & ٠ & أ\,ب \end{vmatrix}$ = ٢٠٠

وكانت مساحة $\triangle$ أ ب حـ = ٤٠ سم^٢ فإن طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوس

$\triangle$ أ ب حـ = ... سم

(أ) $\frac{٥}{٢}$ (ب) $\frac{٥}{٤}$ (حـ) $\frac{١٥}{٢}$ (ء) $\frac{٢٥}{٤}$

*(١٦) جميع المصفوفات الآتية لها معكوس ضربى ما عدا المصفوفة :

(أ) $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ١ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٠ & ٤ \\ ١ & -٣ \end{pmatrix}$ (حـ) $\begin{pmatrix} ٢ & -٣ \\ -٤ & ٦ \end{pmatrix}$ (ء) $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix}$

*(١٧) قيمة س التى تجعل الصفوفة $\begin{pmatrix} ١ & س \\ ٢ & -٤ \end{pmatrix}$ منفردة هى ....

(أ) −٢ (ب) $-\frac{١}{٢}$ (حـ) $\frac{١}{٢}$ (ء) ٢

*(١٨) إذا كان : أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -٤ & ٣ \\ ١ & ١ \end{pmatrix}$ ، كان أ × ج = ب فإن : ج = ...

(أ) $\begin{pmatrix} -٨ & ١ \\ ٣ & ٢ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -١١ & ٤ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}$ (حـ) $\begin{pmatrix} -١٧ & ٤ \\ ٦ & -١ \end{pmatrix}$ (ء) $\begin{pmatrix} -٩ & ٦ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}$

*(١٩) إذا كان : أ$^{-١}$ = $\begin{pmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ ، كان : أ $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix}$ فإن : ص = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (حـ) ٧ (ء) صفر

*(٢٠) إذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٢ & ٤ \\ ٤ & ٨ & ١٦ \end{pmatrix}$ فإن : ر (أ) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (ء) ٣

*(٢١) إذا كان : أ = $\begin{pmatrix} ١ & -٢ & ٣ \\ ك & ٠ & ١ \\ ٣ & ٢ & -١ \end{pmatrix}$ ، كان : ر (أ) = ٢ فإن : ك = ...

(أ) −٢ (ب) صفر (حـ) ٢ (ء) ٦

*(٢٢) إذا كان (م) عدد المعادلات الخطية ، ن عدد المجاهيل فإن المصفوفة الموسعة تكون عن النظم ....

(أ) م × ن (ب) م × (ن + ١) (جـ) (م + ١) × ن (د) (م + ١)(ن + ١)

*(٢٣) مرتبة المصفوفة الموسعة للنظام: ٢ س − ٣ ص = ٥ ، ٦ س − ٩ ص = ١٥ هى...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

*(٢٤) يوجد للنظام : $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & ٢ \\ -٣ & -٢ & ١ \\ -٣ & -٢ & ٤ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \\ \text{ع} \end{pmatrix} = \square$

(أ) الحل البديهى (الحل الصفرى) فقط

(ب) عدد لا نهائى من الحلول خلاف الحل الصفرى

(جـ) عدد لا نهائى من الحلول عدا الحل الصفرى (د) لا يوجد حل على الإطلاق

*(٢٥) إذا كان للمعادلات : س + ٢ ص + ٣ ع = ٥ ، ٢ س − ٣ ص + ك ع = ١٣ ،

٣ س + ك ص + ٢ ع = ٣ حل وحيد فإن: ك ∋ ....

(أ) ح (ب) ح − {−١} (جـ) ح − {١٣} (د) ح − {−١ ، ١٣}

(ثانيًا) أكمل ما يأتى :

(١) إذا كان (س − ٣) عاملاً للمحدد : $\begin{vmatrix} ٦ - \text{س} & \text{م} & ١ \\ \text{س} & \text{س} + ٢ & \text{س} - ٢ \\ ٤ & ٢ & \text{س} - ١ \end{vmatrix}$ فإن : م = ...

(٢) إذا كان (س) أحد عوامل المحدد : $\begin{vmatrix} ٠ & ١ & \text{س} \\ ٣ & ٢ & -٣ \\ \text{س} - \text{ك} & ٥ & \text{ك} - \text{س} \end{vmatrix}$ فإن : ك = ...

(٣) $\begin{vmatrix} ٠ & ٠ & ١ \\ \text{قاس} & \text{طاس} & ٠ \\ \text{طاس} & \text{قاس} & ٠ \end{vmatrix}$ = ...

(٤) إذا كان : $\begin{vmatrix} ١ & \text{س} & \text{س} + ١ \\ ١ & \text{س} + ١ & \text{س} \\ \text{س} + ١ & \text{س} & ١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٣ & \text{س} \\ \text{س} & -١ \end{vmatrix}$ فإن : س = ...

(٥) $\begin{vmatrix} ٧ & ٣ & ٢ \\ ٩ & \text{حا٥س} & ٠ \\ \text{حتا٥س} & ٠ & ٠ \end{vmatrix}$ = حا ....

(٦) إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} & \text{ع}+٢ \\ \text{س} & \text{ص}+٢ & \text{ع} \\ \text{س}+٢ & \text{ص} & \text{ع} \end{vmatrix} = -٤$ فإن : س + ص + ع = ...

(٧) إذا كان : $\begin{vmatrix} ٣\text{س} & \text{س} & \text{س} \\ ٢\text{س} & ٣\text{س} & \text{س} \\ \text{س} & \text{س} & \text{س} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٤ & ٥ & ٦ \\ ٠ & ٤ & ٧ \\ ٠ & ٠ & ٢ \end{vmatrix}$ فإن : س = ...

(٨) إذا كان : س $\neq$ ٠ ، كان $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{س} & \text{س} \\ \text{س} & \text{س}-١ & \text{ع} \\ \text{س} & \text{س} & ١+\text{س} \end{vmatrix} = ٠$ فإن : س − ص = ...

(٩) إذا كان : أ : ب : حـ = س : ص : ع فإن قيمة : $\begin{vmatrix} ٣ & ٣ & ٢ \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{حـ} \\ \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \end{vmatrix}$ = ...

(١٠) إذا كان : أ ، ب هما جذرا المعادلة : $\text{س}^{٢} - ١١\text{س} + ٢٧ = ٠$

فإن : $\begin{vmatrix} \text{لو}_{٣}\text{أ} & \text{لو}_{٣}\text{ب} \\ -١ & ١ \end{vmatrix}$ = ...

(١١) إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{حتا}٥٠° & \text{حا}٥٠° \\ \text{حتا}٥٠° & \text{حتا}٤٠° \end{vmatrix}$ = س + ١ فإن : س = ...

(١٢) إذا كان : ع = حتا θ + ت حا θ فإن : $\begin{vmatrix} \text{ع} & \frac{١}{\text{ع}} \\ -١ & \end{vmatrix}$ = ...

(١٣) إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{حـ} \\ ٢ & -١ & ٨ \end{vmatrix} = ١٠$ فإن : $\begin{vmatrix} ٢\text{أ} & ٢\text{ب} & ٢\text{حـ} \\ \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \\ ٤ & -٢ & ١٦ \end{vmatrix}$ = ...

(١٤) إذا كان : $\begin{vmatrix} \omega & \text{ت} & \omega^{٢} \\ \text{ت} & \omega^{٢} & \omega \\ \omega^{٢} & \omega & ٨ \end{vmatrix}$ = س + ت ص فإن : س + ص = ...

(١٥) إذا كان : $٠° \le \text{س} < ١٨٠°$ ، كان : $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٦ & ٢\text{حا س}-١ & ٠ \\ ٨ & \text{م} & ١+\text{حتا}٢\text{س} \end{vmatrix}$ = ...

فإن: س = ...

(ثالثًا) أسئلــة المقــال :

*(١) بدون فك المحدد أثبت أن: $\begin{vmatrix} ١ & \text{س} & \text{س}^{٢} \\ ١ & \text{ص} & \text{ص}^{٢} \\ ١ & \text{ع} & \text{ع}^{٢} \end{vmatrix}$ = (س − ص) (ص − ع) (ع − س)

ثم أوجد قيمة المحدد العددية إذا كان : س − ص = ٥ ، ص − ع = ٧

*(٢) بدون فك المحدد أثبت أن :

(أ) $\begin{vmatrix} \text{بجـ} & \text{جـ}^2 & \text{ب}^2 \\ \text{جـ}^2 & \text{أجـ} & \text{أ}^2 \\ \text{ب}^2 & \text{أ}^2 & \text{أب} \end{vmatrix} = \text{أبجـ} \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{جـ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{ب} & \text{أ} & \text{جـ} \end{vmatrix}$ (ب) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \text{س} & \text{ص} & \text{س} \\ \text{س} & \text{س} & -\text{ص} \end{vmatrix} = \text{س}^2 - \text{ص}^2$

(جـ) $\begin{vmatrix} 0 & \text{ل} & -\text{م} \\ -\text{ل} & 0 & -\text{ن} \\ \text{م} & \text{ن} & 0 \end{vmatrix} = 0$ (د) $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{أ} & \text{أ} \\ \text{أ} & \text{س} & \text{أ} \\ \text{أ} & \text{أ} & \text{س} \end{vmatrix} = (\text{س} + 2\text{أ})(\text{س} - \text{أ})^2$

(هـ) $\begin{vmatrix} 1 & \text{س} & \text{ص} \\ \text{س} & 1+\text{س}^2 & \text{س ص} \\ \text{ص} & \text{س ص} & 1+\text{ص}^2 \end{vmatrix} = 1$ (و) $\begin{vmatrix} \text{س} & -\text{ص} & -\text{ع} \\ \text{ص} & 1 & 0 \\ \text{ع} & 0 & 1 \end{vmatrix} = \text{س} + \text{ص}^2 + \text{ع}^3$

(ز) $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{جـ} \\ \text{ب} & \text{أ} & \text{جـ} \\ \text{ب} & \text{جـ} & \text{أ} \end{vmatrix} = (\text{أ}-\text{ب})(\text{أ}-\text{جـ})(\text{أ}+\text{ب}+\text{جـ})$ (ح) $\begin{vmatrix} 1 & \text{م ن} & \text{س ص} + \text{ع ل} \\ 1 & \text{س ص} & \text{م ن} + \text{ع ل} \\ 1 & \text{ع ل} & \text{س ص} + \text{م ن} \end{vmatrix} = \text{صفر}$

(ط) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{جـ} \\ \text{بجـ} & \text{أجـ} & \text{أب} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{جـ} \\ \text{أ}^2 & \text{ب}^2 & \text{جـ}^2 \end{vmatrix}$ (ي) $\begin{vmatrix} \text{بجـ} & \text{أب} & \text{أجـ} \\ \text{أب} & \text{أجـ} & \text{بجـ} \\ \text{أجـ} & \text{بجـ} & \text{أب} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{بجـ} & \text{أ}^2 & \text{أ}^2 \\ \text{ب}^2 & \text{أجـ} & \text{ب}^2 \\ \text{جـ}^2 & \text{جـ}^2 & \text{أب} \end{vmatrix}$

(٣) بدون فك المحدد أثبت أن :

(أ) $\begin{vmatrix} \text{س}+\text{ص}+2 & \text{س} & \text{ص} \\ 1 & 2\text{س}+\text{ص}+1 & \text{ص} \\ 1 & \text{س} & \text{س}+2\text{ص}+1 \end{vmatrix} = 2(\text{س}+\text{ص}+1)^3$ (ب) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & \text{بجـ} \\ 1 & \text{ب} & \text{جـأ} \\ 1 & \text{جـ} & \text{أب} \end{vmatrix} = (\text{أ}-\text{ب})(\text{ب}-\text{جـ})(\text{جـ}-\text{أ})$

(جـ) $\begin{vmatrix} \text{ص} & \text{س} & \text{س}+\text{ص} \\ \text{ص}+3 & 3 & \text{ص} \\ 3 & \text{س}+3 & \text{س} \end{vmatrix} = 12\,\text{س ص}$ (د) $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} & 1 \\ \text{س}^2 & \text{ص}^2 & \text{س}+\text{ص} \\ \text{س}^3 & \text{ص}^3 & \text{س}^2+\text{س ص}+\text{ص}^2 \end{vmatrix} = \text{صفر}$

(هـ) $\begin{vmatrix} \text{أع} & \text{بع} & 1 \\ \text{أب} & \text{أ}^2 & \text{ع} \\ \text{ب} & 1 & 1 \end{vmatrix} = (\text{أ}+\text{ب}) \begin{vmatrix} \text{ب} & 1 & 1 \\ \text{أع} & \text{ع} & \text{أ} \\ \text{أب} & 1 & \text{ع} \end{vmatrix}$

(و) $\begin{vmatrix} \text{ص}+\text{ع} & \text{س} & \text{س} \\ \text{ص} & \text{ع}+\text{س} & \text{ص} \\ \text{ع} & \text{ع} & \text{س}+\text{ص} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{ص} & \text{س} & 0 \\ 0 & \text{ع} & \text{ص} \\ \text{ع} & 0 & \text{س} \end{vmatrix}$

(ز) $\begin{vmatrix} 1 & \text{ح}_\text{ل} & \text{ل} \\ 1 & \text{ح}_\text{م} & \text{م} \\ 1 & \text{ح}_\text{ن} & \text{ن} \end{vmatrix} = \text{صفر}$ حيث : $\text{ح}_\text{ل}$ ، $\text{ح}_\text{م}$ ، $\text{ح}_\text{ن}$ هي حدود فى متتابعة حسابية

(ح) $\begin{vmatrix} 1+\text{س} & \text{ص} & \text{ع} \\ \text{س} & 1+\text{ص} & \text{ع} \\ \text{س} & \text{ص} & 1+\text{ع} \end{vmatrix} = (1 + \text{س} + \text{ص} + \text{ع})$

(ط) $\begin{vmatrix} س & س^٢ & س^٣ \\ ص & ص^٢ & ص^٣ \\ ع & ع^٢ & ع^٣ \end{vmatrix}$ = س ص ع (س − ص) (ص − ع) (ع − س)

(ك) $\begin{vmatrix} ١ & قاس & ظاس \\ ١ & طاس & قاس \\ ١ & قاس & -طاس \end{vmatrix} = ١$

(٤) (أ) بدون فك المحدد أثبت أن: $\begin{vmatrix} ا+ءس & ءس-ا & ١ \\ ب+هـس & هـس-ب & ١ \\ حـ+وس & وس-حـ & ١ \end{vmatrix} = ٢س \begin{vmatrix} ا & ى & حـ \\ ء & هـ & و \\ ١ & ١ & ١ \end{vmatrix}$

(ب) $\begin{vmatrix} ا_١+ب_١س & ا_١س+ب_١ & حـ_١ \\ ا_٢+ب_٢س & ا_٢س+ب_٢ & حـ_٢ \\ ا_٣+ب_٣س & ا_٣س+ب_٣ & حـ_٣ \end{vmatrix} = (١-س^٢) \begin{vmatrix} ا_١ & ب_١ & حـ_١ \\ ا_٢ & ب_٢ & حـ_٢ \\ ا_٣ & ب_٣ & حـ_٣ \end{vmatrix}$

---

(٥) (أ) أثبت أن جذرى المعادلة:

$\begin{vmatrix} ا-س & حـ+ءت \\ حـ-ءت & ب-س \end{vmatrix} = ٠$ حيث $ت^٢ = -١$ حقيقيان لجميع قيم ا، ب، حـ، ء ∈ ح

(ب) إذا كان: $\begin{vmatrix} ا & ب & حـ \\ ء & هـ & و \\ ل & م & ن \end{vmatrix} = ٢$ فأوجد قيمة المحدد: $\begin{vmatrix} ٣ا & ٣ب & ٣حـ \\ ٤ء+ا & ٤هـ+ب & ٤و+حـ \\ ٥ل-٢ء & ٥م-٢هـ & ٥ن-٢و \end{vmatrix}$ [١٢٠]

---

(٦) بدون فك المحدد أثبت أن :

(أ) $\begin{vmatrix} ١-اب & ١ & ب-٣ \\ اب-احـ & ب & حـ-٣ب \\ احـ-١ & حـ & ١-٣حـ \end{vmatrix}$ = صفر (ب) $\begin{vmatrix} ١ & ٤ & -٢ \\ ٢ & ٥ & ١ \\ ٣ & -٢ & -٣ \end{vmatrix} = ٦١$

(حـ) $\begin{vmatrix} ا & ٠ & ١ \\ ب & ١ & ٠ \\ ٠ & ص & س \end{vmatrix}$ = ا س + ب ص (ء) $\begin{vmatrix} ١ & س & س^٢ \\ ا & ١ & س \\ ب & حـ & ١ \end{vmatrix}$ = (١ − ا س) (١ − حـ س)

---

(٧) بدون فك حل المعادلة : $\begin{vmatrix} ٢س & ١ & ١ \\ ١ & ٢س & ١ \\ ١ & ١ & ٢س \end{vmatrix} = ٠$ [− ١ ، $\frac{١}{٢}$]

---

(٨) إذا كانت : $م_١ = \begin{vmatrix} ب & ١ & ١ \\ ٠ & ١ & ١ \\ ٠ & ١ & ١+ب \end{vmatrix}$ ، $م_٢ = \begin{vmatrix} ب & ١ & ١ \\ ١ & ب & ٠ \\ ٠ & ١ & ١+ب \end{vmatrix}$ ، $م_٣ = \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٠ & ١+ب & ١ \\ ١ & ١ & ١+ب \end{vmatrix}$

فاستخدام خواص المحددات لإيجاد محدد : $م = م_١ + م_٢ + م_٣$

ثم أثبت بدون فك أن : $م = ب^٢ (٣ا + ب)$

---

(٩) ضع (م) على الصورة المثلثية ومن ثم أوجد قيمته إذا علمت أن :

$م = \begin{vmatrix} ٤ & ٤ & ٠ \\ ٤ & ٢ & ٣ \\ ١١ & ٨ & ١ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٤ & ٤ & ٠ \\ ٠ & ٥ & -٣ \\ ٧ & ٤ & ١ \end{vmatrix} + ٤ \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٤ & ٧ & ١ \\ ٧ & ٤ & ٠ \end{vmatrix}$ [١٠٨]

*(١٠) أوجد مصفوفة المرافقات للمصفوفة : $أ = \begin{pmatrix} -٣ & ١ & ٢ \\ ٥ & ٤ & ٠ \\ ٧ & ٦ & ٣ \end{pmatrix}$

*(١١) أوجد أن أمكن المعكوس الضربى لكل المصفوفات الآتية :

(أ) $\begin{pmatrix} ١ & -١ & ٠ \\ ٤ & ٢ & ١ \\ ٨ & ٣ & ٢ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ١ & ٣ & ٢ \\ ٢ & ١ & ٣ \end{pmatrix}$

*(١٢) أوجد قيمة (س) التى تجعل كلاً من المصفوفات الآتية منفردة :

(أ) $\begin{pmatrix} ٢ & -١ & ٣ \\ س+١ & ٣س & ٢س \\ ٤ & ٢ & ٤ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ١ & ٢ & س+٤ \\ ٥ & ٤ & ٣ \\ ١ & س-١ & ٧ \end{pmatrix}$

*(١٣) إذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & ١٠ \end{pmatrix}$ فأثبت أن : $أ^{٢} - ٧ أ - ٨ I = \square$

ثم استخدام ذلك فى إيجاد المعكوس الضربى للمصفوفة أ

*(١٤) إذا كانت المصفوفة: $أ = \begin{pmatrix} ٣ & ١ & ٢ \\ ١ & ٠ & ك \\ -١ & ٤ & ٢ \end{pmatrix}$ ، كانت: ر (أ) = ٢ أوجد قيمة ك

*(١٥) إذا كانت المصفوفة: $أ = \begin{pmatrix} ١ & ٣ & -١ \\ ٢ & ك & ٠ \\ ٤ & ١ & ٣ \end{pmatrix}$ ، كانت: ر (أ) = ٣ أوجد قيمة ك الحقيقية

(١٦) أوجد المصفوفة الموسعة لكل من الأنظمة الآتية :

(أ) ٢ س + ٣ ص = ٧ ، ٣ س − ص = ٥ ، س − ص = ١

(ب) ٣ س + ٢ ص − ع = ٤ ، س + ص + ع = ٣ ، س − ع = ٠

(١٧) بين أن للنظام : ٢ س + ٣ ص + ٥ ع = ٠ ، ٧ س + ٤ ص − ٢ ع = ٠ ،
٦ س + ٩ ص + ١٥ ع = ٠ عددًا لا نهائيًا من الحلول واكتب صورة الحل [(ل ، $\frac{-٣}{٢}$ ل ، $\frac{١}{٢}$ ل)]

*(١٨) حل المعادلات المصفوفية الآتية :

(أ) $\begin{pmatrix} -١ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٥ \\ ٤ \end{pmatrix}$

(ب) $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ -١ & ١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} أ \\ ب \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٧ \\ ٣ \end{pmatrix}$

(جـ) $\begin{pmatrix} ٢ & ٠ & ١ \\ -١ & ١ & ٠ \\ ٠ & ١ & ١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} س \\ ص \\ ع \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٥ \\ ١ \\ ٧ \end{pmatrix}$

(د) $\begin{pmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & -١ & ٢ \\ -١ & ١ & ١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} أ \\ جـ \\ د \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٦ \\ ٣ \\ ٠ \end{pmatrix}$

[(٢ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٣ ، ٠ ، −١) ، (١ ، ٢ ، ٣)]

*(١٩) اكتب مصفوفة موسعة لنظام المعادلات الآتى ثم حل هذا النظام باستخدام طريقة المعكوس الضربى:

(أ) س + ٣ ص + ٢ ع = ٠ ، س + ع = - ١ ، س + ٢ ص = ٣ [(١ ، ١ ، - ٢)]

(ب) ٢ س + ص + ٣ ع = ٠ ، س + ص = - ١ ، ص + ٢ ع = ٣ [(- ٢ ، ١ ، ١)]

---

*(٢٠) بين أن للأنظمة الآتية حلاً صفريًا فقط :

(أ) س - ٢ ص + ٢ ع = ٠ ، ٣ س + ٤ ع = ٠ ، ٦ ع - ص = ٠

(ب) س + ٢ ص - ع = ٠ ، ٢ س + ٣ ص - ع = ٠ ، ٣ س - ٤ ص + ٢ ع = ٠

---

*(٢١) بين أن للأنظمة الآتية عددًا لا نهائيًا من الحلول واكتب صورة الحل :

(أ) س + ٢ ص + ٣ ع = ٠ ، ٢ س + ٣ ص + ٥ ع = ٠ ، ٣ س - ص + ٢ ع = ٠
[(-ل ، -ل ، ل)]

(ب) ٢ س - ص + ٣ ع = ٠ ، ٤ س - ٢ ص + ٦ ع = ٠ ، س + ٢ ع = ٠
[(- ٢ل ، -ل ، ل)]

---

(٢٢) ابحث إمكانية حل كل من المعادلات الآتية وأوجد مجموعة الحل أن وجد :

(أ) س + ص + ع = ٩ ، ٢ س + ٣ ص - ٢ ع = ٥ ، ٣ س + ٤ ص - ع = ١٢
[المعادلات ليس لها حل]

(ب) س + ص + ع = ١ ، ٢ س - ص + ٣ ع = - ٥ ، ٣ س + ٢ ص + ٣ ع = صفر
[{ (- ٤ ، ٣ ، ٢)}]

(حـ) س + ٣ ص + ع = ٠ ، ٢ س - ص + ع = ٠ ، ٣ س + ص - ٥ ع = ٠
[{ (٠ ، ٠ ، ٠)}]

(د) س + ٣ ص - ٣ ع = ٠ ، ع - س - ٢ ص = ٠ ، ٣ س + ٤ ص - ٦ ع = ٠
[{ (٠ ، ٠ ، ٠)}]

(هـ) ٣ س + ص + ٢ ع = ٠ ، - ٢ س + ٣ ص - ع = ٠ ، ٥ س - ٢ ص + ٣ ع = ٠
[{ ٧ل ، ل ، - ١١ ل}]

(و) $\begin{pmatrix} ٢ & ٤- & ٦- \\ ١- & ٣ & ٢ \\ ٣- & ٦ & ٩ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \\ \text{ع} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٠ \\ ١- \end{pmatrix}$ [المعادلات ليس لها حل]

(ز) $\begin{pmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٢ & ٣ & ٢ \\ ١ & ١- & ٠ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \\ \text{ع} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٠ \\ ٣ \end{pmatrix}$ [{(١ ، -٢ ، ٢)}]

---

(٢٣) استخدام طريقة المعكوس الضربى للمصفوفة لحل مجموعة المعادلات الآتية :

(أ) $\frac{٣}{\text{س}} + \frac{١}{\text{ص}} = -١٣$ ، $\frac{١}{\text{س}} - \frac{١}{\text{ع}} = -٨$ ، $\frac{٥}{\text{ص}} + \frac{٣}{\text{ع}} = -٥$

[$(-\frac{١}{٣} ، -\frac{١}{٤} ، \frac{١}{٥})$]

(ب) س^{٢} + ص^{٢} = ع^{٢} + ٢ ، ٣ ص^{٢} + ٢ س^{٢} − ٥ = ٢ع^{٢} ، س^{٢} + ع^{٢} = ٥ + ٢ ص^{٢}

[(±٢ ، ±١ ، ±$\sqrt{٣}$)]

---

(٢٤) إذا كانت مجموعة حل المعادلات :

س+ص+ع = أ ، س − ٣ ص + ع = ٦ ، ٣ س + ٢ ص+ع = ٣ هى: { (١ ، ب ، حـ) }

فأوجد باستخدام طريقة المعكوس الضربى قيمة كل من : أ ، ب ، حـ [٢ ، -١ ، ٢]

---

(٢٥) أوجد قيمة ك التى تجعل للمعادلات الآتية حل وحيد:

س − ك ص + ع = ٢ ، ٦ س + ٢ص = ٥ + ع ، ك س − ٤ = ص + ع

[ح − { ٩ ، -١ }]

---

(٢٦) أوجد قيمة ك التى تجعل لمجموعة المعادلات الآتية حل وحيد :

س + ص − ع = ٣ ، ٣ س + ك ص − ٣ ع = ٧ ، ٢ س − ٣ ص + ك ع = − ١٢

واستخدام طريقة المعكوس الضربى للمصفوفة لإيجاد هذا الحل عندما ك = ٢

[ح − { -٢ ، ٣ } ، س = − ١ ، ص = ٢ ، ع = -٢]